

# Undervisningsnoter

Nr.

90

September 2003

**"OPGAVER OG NOTER TIL ERHVERVSØKONOMI"**

Erhvervsøkonomi

**Christian Hjorth-Andersen**

Københavns Universitets Økonomiske Institut

Stu­di­estræde 6

DK-1455 København K.

**Efteråret 2003**

**Opgaver og noter til erhvervsøkonomi**

**af**

**Chr. Hjorth-Andersen**

## Opgaver og noter til erhvervsøkonomi

### Indholdsfortegnelse

#### Opgaver til

1. Bogholderi og regnskabsanalyse.....	4
2. Investeringssteori.....	20
3. Opgaver i finansiering. ....	29
4. Opgaver i omkostningsteori og internt regnskab .....	35
5. Opgaver i optimering.....	40
6. Afsætningsøkonomi.....	40

Eksamensopgave Juni 2003.....	50
-------------------------------	----

#### Noter:

Målsøgerfunktionen.....	61
Note om optimering. ....	65
En note om lineær programmering .....	67
Værdiansættelse af virksomheder – en indledende note.....	70

## Forord

Disse opgaver og noter er tiltænkt at blive anvendt ved undervisningen i erhvervsøkonomi ved økonomistudiet (politstudiet) på 1'årsprøve i efteråret 2003.

Med virkning fra sommereksamen 2000 blev undervisningen i erhvervsøkonomi lagt ganske betydeligt om. Først og fremmest blev det besluttet, at der fremover skulle anvendes regneark ved den praktiske øvelsesgennemgang. Dette havde den praktiske konsekvens, at en række opgaver ikke længere var relevante, men at der skulle udarbejdes nye opgaver. Nogle af opgaverne i denne samling vil blive suppleret med regneark, som vil blive tilgængelige på min hjemmeside, [www.econ.ku.dk/cha](http://www.econ.ku.dk/cha).

Undervisningen i erhvervsøkonomi ved politstudiet adskiller sig fra andre økonomistudier ved, at den dels foregår sideløbende med undervisningen i mikroteori, dels at der efterfølgende kommer en række fag, der supplerer eller udbygger undervisningen i erhvervsøkonomi. Dette sætter selvsagt sit præg på det pensum, der bliver anvendt. Undervisningen i erhvervsøkonomi tilsigter at give en sammenfattende introduktion til virksomhedens og dens problemer, men for at dække dette på et indledende kursus ville det være nødvendigt med et ret stort antal lærebøger, hvor der kun skulle læses nogle enkelte kapitler. Så for ikke at belaste de studerendes bogbudgetter ud over bæreevnen er der ligeledes gengivet nogle noter.

August 2003

Chr. Hjorth-Andersen

## 1. Bogholderi og regnskabsanalyse

- A. Opgave i midlertidigt partnerskab
  - 1. Ekspeditionen til Ægypten
- B. Opgaver i daglig registrering og kontering
  - 1. Iskageboden i Rørvig
- 2. Grønthandler Cengiz Gök
  - 3. Supermarkedet Sommerland
- 4. Reklamebureauet R&R
  - 5. Globex A/S
- C. Opgaver i resultatopgørelse, balance og regnskabsafslutning
  - 1. Karlslunde Skotøjshandel
  - 2. Opgave i aktivpostering
  - 3. Opgave i hemmelige reserver
  - 4. Opgave i åbningsbalance
  - 5. Opgave i regnskabsafslutning.
- D. Opgaver i afskrivninger
  - 1. Lineær afskrivning versus saldoafskrivning.
  - 2. En blandet portefølje
- E. Opgaver i lagerprincipper
  - 1. LIFO eller FIFO.
  - 2. FIFO princippet anvendelse
- F. Opgaver i nøgletal og regnskabsanalyse
  - 1. Forrentning af egenkapital versus fremmedkapital
  - 2. Nøgletal for Lundbeck

Opgaverne 1-5 i Elkjær og Hjulsager pp. 65-74.

## A. Opgave i midlertidigt partnerskab

### 1. Ekspeditionen til Ægypten

De 3 italienske købmænd Bottocelli, Antonini og Avarro planlagde i 1478 en fælles ekspedition fra Venezia til Ægypten. Avarro skulle levere skibet, som blev ansat til 1.000 guldfloriner. På udrejsen skulle de handle hver for sig, idet de skulle dele omkostningerne ved forsyninger til mandskabet i forhold til lastens værdi på afgangstidspunktet. På hjemrejsen fra Ægypten skulle de handle i fællesskab, men da Avarro stillede skibet til rådighed, skulle han have halvdelen af fortjenesten på hjemrejsen, medens de to andre parthavere skulle dele resten.

Ved udrejsen blev der indskibet forsyninger på skibet for i alt 150 floriner. Derudover havde Avarro en last af fajance til en indkøbsværdi af 600 floriner. Bottocelli havde en last af klæder til en indkøbspris på 800 floriner, og Antonini en last af våben til 600 floriner.

Det blev en vellykket ekspedition. Ankommet til Kreta blev Avarros fajance solgt for 1200 floriner og Bottocellis klæder for 1000 floriner. Avarro og Bottocelli indkøbte derefter vin fra Kreta til i alt 400 floriner. Der blev indkøbt forsyninger til mandskabet på 300 floriner, og der blev foretaget en reparation af skibet til 50 floriner.

I Ægypten blev Antoninis våben solgt for 1200 floriner og vinen solgt for 800 floriner. Til gengæld blev der i fællesskab indkøbt hvede for 900 floriner, som blev solgt på hjemvejen på Kreta for en pris af 1500 floriner. På Kreta blev der købt vin for 600 floriner, som blev solgt i Venezia for 1200 floriner.

Ved tilbagekomsten til Venezia skulle der foretages en afregning. Hvorledes kom den til at se ud?

## B. Opgaver i kontering

### 1. Daglig registrering. Grønthandler Cengiz Gök

For grønthandleren Cengiz Gök skal nedenstående bilag bogføres på kontoskitserne. Der ses bort fra moms

Bilag	Tekst	Beløb	
1	Dagens kontante varesalg	18.526	kr.
2	Kontant varekøb	10.210	kr.
3	Husleje betalt med check	2.213	kr.
4	Benzin til varebilen betalt kontant	200	kr.
5	Kontant retur til kunden for rådne tomater	25	kr.
6	Overført fra kasse til bank	5.000	kr.

Varesalg		Varelager		Lokaleomkostninger	
Debet	Kredit	Debet	Kredit	Debet	Kredit

Kasse		Bank		Bilers drift	
Debet	Kredit	Debet	Kredit	Debet	Kredit

### 2. Daglig registrering. Iskageboden i Rørvig.

Opret følgende konti: ((Der ses bort fra moms))

1. Varesalg	5. Diverse omkostninger
2. Varelager	6. Debitorer
3. Kassebeholdning	7. Lønkonto
4. Bankkonto	

#### Transaktion nr.

Transaktion nr.	Beskrivelse	Beløb i kr.
1	Dagens kontante salg af is m.v.	3.150,-
2	Dagens kontante køb af is	850,-
3	Kontant køb af vafler	216,-
4	Indsat i banken fra kassen	1.500,-
5	Betalt elektricitetsregning med check	830,-
6	Modtaget check for tidligere leverede varer	600,-
7	Betalt benzin til varebil kontant	200,-
8	Betalt parkometerafgift kontant	20,-
9	Afregnet medhjælp kontant	250,-
10	Indkøbt frimærker kontant	90,-

### 3. Daglig registrering. Supermarkedet Sommerland

#### Opgave 3: Supermarkedet Sommerland

I supermarkedet Sommerland foreligger følgende bilag, som skal registreres på kontoskitser. Der ses bort fra moms.

<b>Bilag 1</b> Kontantsalg af varer til kunder kr. 5.000	<u>1100 Varesalg</u> Debet   Kredit	<u>12410 Kasse</u> Debet   Kredit
<b>Bilag 2</b> Faktura fra Tulip A/S, konto 152354 på køb af varer kr. 3.000	<u>12110 Varelager</u> Debet   Kredit	<u>152354 Tulip A/S</u> Debet   Kredit
<b>Bilag 3</b> Salg af varer på kredit til Lars Rasmussen, konto 122115 kr. 10.900	<u>1100 Varesalg</u> Debet   Kredit	<u>122115 L. Rasmussen</u> Debet   Kredit
<b>Bilag 4</b> Annonceudgift betalt til Marketing- butikken kontant kr. 4.900	<u>3100 Markedsføring</u> Debet   Kredit	<u>12410 Kasse</u> Debet   Kredit
<b>Bilag 5</b> Køb af varer til salg. Betalt med check. kr. 800	<u>12110 Varelager</u> Debet   Kredit	<u>12420 Bank</u> Debet   Kredit
<b>Bilag 6</b> Overført fra kasse til bank kr. 2.500	<u>12410 Kasse</u> Debet   Kredit	<u>12420 Bank</u> Debet   Kredit
<b>Bilag 7</b> Kontant varesalg kr. 1.450	<u>1100 Varesalg</u> Debet   Kredit	<u>12410 Kasse</u> Debet   Kredit
<b>Bilag 8</b> Kontant køb af frimærker kr. 400	<u>3900 Øvrige omk.</u> Debet   Kredit	<u>12410 Kasse</u> Debet   Kredit



#### 4. Daglig registrering. Reklamebureauet R&R.

##### Opgave 4. Reklamebureauet R&R.

Angiv konti og registrer nedenstående bilag på kontoskitserne.

<b>Bilag 1</b>		<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>	<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>
Salgsfaktura til Mikael Mortensen, 8 dage netto	kr. 3.000				
<b>Bilag 2</b>		<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>	<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>
Reparation af fax Betalt kontant	kr. 800				
<b>Bilag 3</b>		<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>	<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>
Hæver i banken	kr. 7.500				
<b>Bilag 4</b>		<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>	<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>
Faktura fra PC Netto. Køb af laserprinter Betalt kontant	kr. 4.995				
<b>Bilag 5</b>		<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>	<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>
Betaling af bilforsikring til Codan Beløbet er betalt med check	kr. 2.300				
<b>Bilag 6</b>		<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>	<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>
Salgsfaktura til Krag Invest 30 dages kredit	kr. 24.500				
<b>Bilag 7</b>		<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>	<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>
Køb af diverse kontormaterialer Betalt med check	kr. 1.800				
<b>Bilag 8</b>		<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>	<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>
Refusion af regning Krediteres kundens konto	kr. 2.250				
<b>Bilag 9</b>		<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>	<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>
Tyveri af kassebeholdning	kr. 3.500				

## 5. Opgave i kontering med moms. Handelsvirksomheden Globex A/S

Handelsvirksomheden Globex A/S havde pr. 31/1 en momskonto med følgende udseende:

<b>Momskonto pr. 31/1</b>	
Købsmoms	40.000
Salgsmoms	60.000

I løbet af februar havde den følgende transaktioner:

Bilag nr.	Angivelse af bilagens indhold	Kontonavn	Debet	Kredit
1	<b>Faktura til J. Hansen</b>			
	Diverse varer 10.000,- + moms 2.500,-			
	Betaling om 30 dage 12.500,-			
2	<b>Kreditnota til Per Sørensen</b>			
	Returvarer 600,- + moms 150,-			
	750,-			
3	<b>Rentenota fra ABB A/S</b>			
	Rente: 2 % af kr. 25.000 500,-			
4	<b>Faktura fra BIVA</b>			
	Kontormøbler 16.000,- + moms 4.000,-			
	Betaling om 30 dage 20.000,-			
5	<b>Fragt af kontormøbler</b>			
	Fragt af kontormøbler 1.000,- + moms 250,-			
	1.250,- Betalt ved check			

Find en passende kontobetegnelse og ajourfør momsregnskabet.

## C. Opgave i resultatopgørelse, balance og regnskabsafslutning

### 1. Karlslunde skotøjshandel

Følgende poster skal fordeles på resultatopgørelse og balance:

Konto	Beløb i kr.
Varelager	140.000,-
Varekreditorer	96.000,-
Husleje	120.000,-
Renter	4.300,-
Bankgæld	45.000,-
Kreditorer	12.000,-
Debitorer	4.000,-
Varebil, bogført værdi	58.000,-
Kassebeholdning	12.000,-
Medhjælp	120.000,-
Indkøb af PC'er	12.000,-
Omsætning	2.138.000,-
Kontorartikler	6.000,-

### 2. Opgave i aktivpostering

#### Opgave 1

Angiv med et X, hvilken gruppe hver af nedenstående poster tilhører.

	Immaterielle anlægs- aktiver	Materielle anlægs- aktiver	Finansielle anlægs- aktiver	Varebe- holdninger	Tilgode- havender	Likvide beholdninger
Inventar						
Varevogn						
Bankindestående						
Goodwill						
Produktionsanlæg						
Patentrettighed						
Ejendom						
Varedebitorer						
Kassebeholdning						
Færdigvarelager						
Forudbetalt husleje						
Råvarelager						

### 3. Opgave i udarbejdelse af balance. Jannike Huse.

Virksomheden Jannike Huse havde ved udarbejdelsen af årsregnskabet 31/12 nedenstående balanceposter. Udarbejd på baggrund af disse posteringer en balance pr. 31.12

Posterung i balancen:	Beløb
	kr.
Lagerejendom	4.000
Inventar	1.500
Aktier i datterselskab	1.000
Råvarer og hjælpematerialer	420
Varer under produktion	608
Færdigvarer	1.640
Varedebitorer	2.040
Periodeafgrænsningsposter (aktiv)	296
Bankkonto, folio	44
Likvider	36
Aktiekapital	2.000
Overført overskud	1.056
Hensættelse til pensionsforpligtelse	80
Prioritetsgæld	2.520
Kassekredit	2.916
Leverandørgæld	2.168
Skyldig A-skat, ATP og AM-bidrag	292
Momsgæld	352
Skyldigt udbytte	200

Jannike Huse A/S - Balance pr. 31/12	
<b>AKTIVER</b>	<b>PASSIVER</b>
<b>Anlægsaktiver</b>	<b>Egenkapital</b>
<b>Immaterielle anlægsaktiver</b>	
<b>Materielle anlægsaktiver</b>	<b>Hensættelser</b>
<b>Finansielle anlægsaktiver</b>	<b>Langfristet gæld</b>
<b>Omsætningsaktiver</b>	<b>Kortfristet gæld</b>
<b>Aktiver i alt</b>	<b>Passiver i alt</b>

#### 4. Opgave i hemmelige reserver.

En virksomhed havde ved udgangen af 2001 følgende balance og resultatopgørelse

<b>Balance ultimo 2001</b>						
<b>Aktiver</b>			<b>Passiver</b>			
Anlægsaktiver				Egenkapital		6,46
Bygning		10				
Maskiner	4					
heraf afskrevet	2,04	1,96		Bankgæld		10
I alt anlægsaktiver		11,96				
Omsætningsaktiver						
Råvarer		1,2				
Færdigvarer		1,3				
Debitorer	1,2					
Heraf afskrevet	0,2					
		1				
Likvide midler		1				
Omsætningsaktiver i alt		4,5				
<b>AKTIVER I ALT</b>		<b>16,46</b>		<b>PASSIVER I ALT</b>		<b>16,46</b>
<b>Resultatopgørelse for 2001</b>						
Nettoomsætning			8,5			
Råvareforbrug			3,4			
Bruttofortjeneste			5,1			
Lønninger			3,8			
Indtjeningsbidrag			1,3			
Afskrivninger			0,84			
<b>Resultat før renter og skat</b>			<b>0,46</b>			

Som følge af den nye årsregnskabslov besluttede direktionen, at regnskabet fremover skulle optræde uden "skjulte" reserver. Der skulle korrigeres for følgende poster:

1. Bygningen var købt i 1992, og ejendomsværdien for tilsvarende bygninger var steget med ca. 50 pct. Handelsværdien ultimo 2001 lå 5-10 pct. over den seneste ejendomsvurdering.
2. Råvarelagrene var optaget til indkøbsprisen, men dagsprisen lå ca. 15 % over indkøbsprisen.
3. Debitorerne var rutinemæssigt nedskrevet med 1/6. Erfaringen talte imidlertid kun for 1/10.

Primo 2002 ønsker direktionen imidlertid et nyt korrigeret regnskab, der giver en dagsaktuel og retvisende beskrivelse. Opstil en korrigeret balance for 2001.

## 5. Opgave i åbningsbalance. Kloakmestrene Tjørbing og Vigerhus.

2 kloakmestre var ved skæbnens tilfælde blevet svigerfædre til hinanden og benyttede lejligheden til at slå deres virksomheder sammen. De to tidligere virksomheder havde likvidationsbalancer som vist nedenfor (En *likvidationsbalance* er den balance, som en virksomhed har umiddelbart før ophør). Lav en åbningsbalance for virksomheden den nye virksomhed med den korrekte opstilling af posterne:

<b>(1000 kr.) Likvidationsbalance for kloakmester Tjørbing</b>			
<b>Aktiver</b>		<b>Passiver</b>	
Bygning	1.400,-	Egenkapital	1.307,-
Varebil	230,-	Kreditforeningslån	630,-
Varelager	211,-	Kreditorer	12,-
Debitorer	89,-	Skyldig moms	18,-
Kontorinventar	26,-		
Bankindestående	11,-		
<b>I alt</b>	<b>1.967,-</b>	<b>I alt</b>	<b>1.967,-</b>
<b>(1000 kr) Likvidations balance for kloakmester Vigerhus</b>			
<b>Aktiver</b>		<b>Passiver</b>	
Varebiler	430,-	Egenkapital	1.086,-
Varelager	311,-	Kreditorer	112,-
Debitorer	189,-	Skyldig moms	88,-
Kontorinventar	126,-		
Bankindestående	230,-		
<b>I alt</b>	<b>1.286,-</b>	<b>I alt</b>	<b>1.286,-</b>

## 6. Petersens skotøjshandel:

1. På inventar afskrives 24.500 kr.
2. Der er forudbetalt 11.500 kr. i husleje for januar kvartal
3. Skyldigt revisionshonorar udgør kr. 18.000
4. Momskontiene afsluttes.
5. Privatforbruget overføres til konto for egenkapital.

Gør resultatopgørelsen og balancen færdig.

Kontonavn	Saldobalance 31/12		Efterposteringer		Resultatopgørelse		Balance	
	Debet	Kredit	Debet	Kredit	Debet	Kredit	Debet	Kredit
Varesalg		2.928.700						
Vareforbrug	1.500.000							
Lokaleomkostninger	181.000							
Varedebitorer	316.800							
Tab, tilgodehavender	6.700							
Øvrige omkostninger	142.700							
Løn og gager	341.800							
ATP-bidrag	16.600							
Afskrivning på inventar								
Renteomkostninger	31.300							
Inventar	162.000							
Akk. afsk inventar		112.000						
Varelager	552.800							
Periodeafgr.								
Kasse	31.500							
Egenkapital primo		1.246.700						
Privatforbrug	341.400							
Kassekredit		75.800						
Leverandørkredit		113.000						
Købsmoms	85.800							
Salgsmoms		154.600						
Momsafregning								
Andre kreditorer		15.200						
Sum	3.710.400	4.646.000						

## D. Opgaver i afskrivninger.

### 1: Lineær afskrivning versus saldoafskrivning.

En virksomhed indkøber en maskine i starten af år 2000 til en værdi af 835.000 kr.

1. Vis udviklingen i den bogførte værdi ved lineær afskrivning, hvis maskinen anslås at have en levetid på 15 år.
2. Vis udviklingen i den bogførte værdi igennem 15 år, hvis maskinen afskrives med 30 pct. om året
3. Vis udviklingen i den bogførte værdi igennem 15 år, hvis maskinen afskrives med 20 pct. om året.

Vis de bogførte værdier som kurver i et diagram.

### Opgave 2. En blandet portefølje

**Spørgsmål a:** En virksomhed har indkøbt 2 maskiner, maskine A til en indkøbspris på 215.000 kr., maskine B til ligeledes 215.000 kr.

Maskine A afskrives efter saldometoden med 30 pct., maskine B med 20 pct. Svarer dette til at afskrive begge maskiner med 25 pct.?

**Spørgsmål b:** Hvorledes bliver svaret under a), hvis A koster dobbelt så meget som B?

**Spørgsmål c:** Samme maskiner som under a antages alternativt at skulle afskrives lineært med 10 år til A og 8 år til B. Svarer dette til at afskrive begge maskiner med 9 år?

**Spørgsmål d:** Diskuter de praktiske konsekvenser af ovenstående, hvis en virksomhed har en blandet portefølje bestående af mange maskiner.

### Opgave 3. Fornuftige afskrivninger af en række aktiver.

Lad os antage, at du i dag købte

- a) Et B&O fjernsyn,
- b) Et digitalkamera
- c) En færdiglavet carport
- d) Et spisebord
- e) En smoking
- f) Et guldarmbånd

Hvor lang tid tror du, at disse ting vil være i brug for dig? Vil det være slid eller forældelse, der betinger, at du ikke længere vil bruge genstanden. Hvad vil scrapværdien være? Hvordan ville du i princippet afskrive disse genstande?



## E. Opgaver i lagerprincipper

**Opgave 1. LIFO eller FIFO.** En trælasthandel havde ultimo 2000 udtømt sit lager af egetræ og fyrretræ. I årets løb købte den

Dato	Bjælker - egetræ	Pris/bjælke
1-4	500	1200
1-7	200	1400
1-10	400	1500
	Bjælker - fyrretræ	
1-4	500	400
1-7	300	350
1-10	300	375

Ved lageroptællingen ultimo 2001 havde den 500 bjælker af egetræ og 400 bjælker af fyrretræ.

- Beregn årets forbrug af træ og lagerværdien af træ ved hhv. LIFO og FIFO princippet.
- Beregn alternativt gennemsnitsprisen for det forbrugte træ.
- Hvad synes du er mest rimeligt for en trælasthandel?

Opgave 2. FIFO princippet anvendelse.

**Diskuter FIFO princippet anvendelse på**

- En slagterbutik
- En forretning, der sælger modetøj til damer
- Et forlag, der udgiver smalle publikationer med høj kunstnerisk værdi, men ringe efterspørgsel.

## F. Regnskabsanalyse

### 1. Forrentning af egenkapital versus fremmedkapital

2 virksomheder har haft følgende resultater i det forløbne år.

Beregn relevante nøgletal og forklar, hvilken virksomhed, der har klaret sig bedst.

<b>Resultatopgørelse</b>		Virks. 1	Virks.2
Resultat før renter		360.000	360.000
Renteomkostninger		80.000	160.000
Resultat før skat		280.000	200.000
<b>Balance</b>			
Egenkapital		2.000.000	1.000.000
Gæld		1.000.000	2.000.000
Aktiver i alt		3.000.000	3.000.000

### 2. Rentabiliteten af en virksomhed. Diskuter rentabiliteten i nedenstående virksomhed.

<b>Resultatopgørelse i t.kr.</b>	<b>1999</b>	<b>2000</b>	<b>2001</b>
Nettoomsætning	32.600	35.800	39.400
Var. produktionsomk.	16.620	18.370	20.220
Salgsprovision	1.300	1.430	1.575
Dækningsbidrag	14.680	16.000	17.605
Kontante kapacitetsomk	10.280	11.400	11.215
Indtjeningsbidrag	4.400	4.600	6.390
Afskrivninger	1.900	2.100	2.300
Resultat før renter	2.500	2.500	4.090
Renteomkostninger netto	530	605	760
Resultat før skat	1.970	1.895	3.330
Skat af årets resultat	670	645	1.130
Årets resultat	1.300	1.250	2.200

der fordeles således

Udbytte	600	600	600
Henlæggelse til reserve	700	650	1.600
	1.300	1.250	2.200

#### **Balance i t.kr.**

	<b>1999</b>	<b>2000</b>	<b>2001</b>
Anlægsaktiver	15.450	16.700	18.200
Omsætningsaktiver	11.460	12.950	15.950
Aktiver i alt	26.910	29.650	34.150
Aktiekapital	10.000	10.000	10.000

Egenkapital i alt	14.400		15.200		16.300
Gæld i alt	12.510		14.450		17.850
Passiver i alt	26.910		29.650		34.150

### 3. Regnskabstal fra Lundbeck A/S

Her er hovedtallene for Lundbeck A/S. Det er et medicinalfirma, noteret på Fondsbørsen.

KONCERN TAL DKK('000)	1997	1998	1999	2000	2001
Nettoomsætning	2.661.900	3.231.100	4.189.300	5.622.700	7.655.500
Resultat af primær drift	440.500	384.300	862.300	1.004.000	1.825.900
Finansielle poster, netto	-2.700	61.600	64.000	386.200	78.900
Resultat af ordinær drift	437.800	445.900	926.300	1.390.200	1.904.800
Ekstraordinære poster	0	0	0	0	0
Skat	141.200	133.300	310.500	394.000	581.500
Nettoresultat	293.900	307.000	615.800	984.800	1.311.400
Ordinært resultat efter skat	293.900	307.000	615.800	984.800	1.311.400
Udbytte %	32	41	11	17	23
Aktiekapital	110.000	110.000	1.165.500	1.165.500	1.165.500
Egenkapital	1.511.200	1.773.200	2.902.700	3.757.300	4.741.600
Balance	2.755.800	2.981.200	4.457.800	6.782.600	7.965.900

Hvilke nøgletal vil du beregne for at belyse den økonomiske udvikling for Lundbeck?

#### 4. Glarmester Olsen

Denne glarmesterforretning kunne udvise følgende resultatopgørelse og balance i 2002:

##### 4. Glarmester Olsen (1000 kr.)

Resultatopgørelse for 2002		Balance ultimo 2002			
				Passiver	
Nettoomsætning	1.400	Anlægsaktiver		Egenkapital	663
Råmaterialer	830	Varebil	280		
Dækningsbidrag	570	heraf afskrevet	112	168	
Løn	220	Maskiner	220		
Husleje	45	heraf afskrevet	15	205	Bankgæld 150
Diverse	33	Omsætningsaktiver			
Indtjeningsbidrag	272	Lager		300	
Afskrivninger	14	Tilgodehavender		140	
Resultat før renter	258				
Nettorenter	16				
<b>Årets resultat</b>	<b>242</b>	<b>I alt</b>		<b>813</b>	<b>813</b>

Hvordan bedømmer du rentabiliteten af den virksomhed?

Får det indflydelse på dit svar, når du får at vide, at glarmester Olsen overtog forretningen fra sin far, og at han indtil da havde et fast job i DSB's reparationsafdeling til en løn af 230.000 om året?

## **2. Investeringssteori.**

### **A. Opgaverne 1-18 hos Lynggaard.**

### **B. Supplerende traditionelle opgaver**

1. Valg af produktionsmetode
2. Flyselskabet
3. Digiprint
4. Multigods
5. Cafe
6. Opgave i udskiftning

### **C. Særlige opgaver**

1. Årlige eller månedlige værdier?
2. Aritmetisk eller harmonisk gennemsnit?
3. Spekulation i renteforskelle.
4. Empiriske rentesatser.
5. Den skuffede sygeplejerske.
6. Henførelstidspunktets betydning.
7. Pay-back metoden.
8. Sammenkoblede investeringsproblemer.
9. Thomas Sørensens pensionsproblem.
10. Imperfekt kapitalmarked – likviditetsbegrænsning.
11. Risiko: El-forretningen i Ballerup
12. Kapitalværdi som det eneste kriterium?

## B. Supplerende traditionelle opgaver

### 1. Valg af produktionsmetode

Til produktion af et givet produkt kan en virksomhed vælge mellem to alternative produktionsmetoder. Et anlæg til Metode 1 koster kr. 5 mio. og har en levetid på 10 år, mens et anlæg til Metode 2 koster kr. 10 mio. og har en levetid på 15 år. Det antages, at der for begge produktionsmetoder kan genanskaffes identiske anlæg.

Omkostningerne ved produktionen, der for begge de to typer af anlæg er proportionale med produktionen, udgør for Metode 1 kr. 500 pr. produceret enhed, mens de for Metode 2 er på kr. 400 pr. produceret enhed.

Virksomhedens kalkulationsrente er på 12 % p.a.

*Find det produktionsniveau, ved hvilket de to anlæg økonomisk set er lige gode.*

### 2. Flyselskabet.

Et flyselskab står over for at skulle udskifte sin flypark, der er nedslidt. Ved anskaffelsen af de nye fly står valget mellem en traditionel flytype (type 1) og en ny type (type 2), der er mindre brændstofforbrugende og kræver mindre vedligeholdelse. Data for de to flytyper er som anført nedenfor.

	<b>Type 1</b>	<b>Type 2</b>
Anskaffelsespris	120 mio. kr.	160 mio. kr.
Energiforbrug pr. år	25 mio. kr.	22,5 mio. kr.
Øvrige driftsomkostninger pr. år	18 mio. kr.	16,4 mio. kr.
Forventet skrotværdi	20 mio. kr.	24 mio. kr.

Driftsomkostningerne er opgjort ud fra forudsætninger om udnyttelsen af flyene (regnet i fløjne kilometer), idet både brændstofforbrug og øvrige driftsomkostninger er antaget proportionale med antal fløjne km. Kalkulationsrenten er 9 % p.a. Der regnes i faste priser, og der tages ikke hensyn til skattemæssige betragtninger.

*1. Hvilken flytype bør vælges, hvis den forventede levetid for de to fly er på 15 år?*

*2. Hvorledes er svaret på sp. 1, såfremt flytype 1 har en levetid på 15 år, mens type 2 har en levetid på 20 år.*

De opstillede driftsudgifter er baseret på, at brændstofprisen ikke ændrer sig i forhold til i dag. Ledelsen ønsker derfor oplyst, hvor følsom kalkulen er over for ændringer i brændstofprisen.

*3. Hvor meget skal brændstofprisen ændre sig, for at de to flytyper anses for lige gode (forudsætningen om levetid er som i sp. 2)?*

### 3. Digiprint

Udviklingen af en ny printplade hos Digiprint tager et års tid. Det koster 10 mio. kr. at udvikle produktet. Desuden koster det 3 mio. kr. at markedsføre en ny printplade effektivt idet første salgsår. Derefter beløber markedsføringen sig til 2 mio. kr. pr. år resten af produktets levetid.

Produktlevetiden i branchen er erfaringsmæssigt 3 år til fuld pris og yderligere 2 år til halv pris. Digiprint benytter en kalkulationsrente på 15 % p.a. Der tages ikke hensyn til skat og inflation.

Digiprint regner med at sætte prisen på den nye printplade til 700 kr. pr. stk. og for nemheds skyld regnes med gennemsnitlige variable omkostninger inkl. justering og kontrol af produktionsanlægget på 450 kr. pr. stk.

*1. Hvor stort et salg i antal stk. pr. år af den nye printplade skal opnås, for at investeringen i udviklingen af printpladen vil være rentabel?*

Digiprint ser også på mulighederne for at reducere prisen til 600 kr. (et prisniveau, der ligger under konkurrenternes) og samtidig reducere markedsføringen pr. år med 1/3.

*2. Hvad bliver kravet til salget i stk. af den printplade under disse ændrede forudsætninger?*

### 4. Multigods

Multigods A/S er et blandet produktions- og handelsfirma. Direktøren har netop fået et forslag fra en virksomheden medarbejdere til et nyt produkt, som Multigods A/S selv skulle producere. Ideen lyder meget lovende og alt tyder på, at man vil kunne afsætte 7000 stk. på årsbasis af det nye produkt til en pris af 150 kr. pr. stk. Dog regner man med det første år kun at kunne afsætte 5000 stk.

Produktionen kræver, at man anskaffer en specialmaskine, som koster kr. 800.000, der betales med kr. 400.000 ved modtagelse og kr. 200.000 i hvert af de to efterfølgende år. Det anslås, at maskinen har en levetid på 5 år, hvorefter den er værdiløs. Virksomheden afskriver produktionsudstyr over den forventede levetid. Stykomkostninger beløber sig til 100 kr. pr. produceret enhed uafhængig af antal. Multigods A/S benytter en kalkulationsrente på 12 % p.a.

*1. Bør direktøren indstille bestyrelsen, at man starter den nye produktion?*

*2. Hvad skal salgsprisen for det nye produkt mindst være, for at projektet er rentabelt?*

### 5. Cafeen.

En café har fået en kontrakt med kommunen om retten til udendørs servering foran cafeen i 10 år. Den skal betale 100.000 kr. i afgift til kommunen. Cafeen regner med at opstille udstyr og indretning til 80.000 kr., som forventes at holde i 5 år. Cafeen anvender en rentesats på 12 pct. og opstiller følgende regnestykke.

Indtægter		
20.000 genstande a 30 kr.		600.000
Udgifter		
Forpagtning	100.000	
Råvarer, 20.000 a 5 kr.	100.000	
Arbejds løn	300.000	
I alt		500.000
Dækningsbidrag		100.000
Afskrivning af inventar	16.000	
Forrentning af inventar	5.760	
I alt		21.760
<b>Overskud</b>		<b>78.240</b>

Vis denne investeringskalkule omformuleret som en normal investeringskalkule.

## 6. Opgave i udskiftning.

En virksomhed anskaffede for tre år siden et produktionsanlæg til en pris af kr. 1.000.000 kontant. Anlægget afskrives med 30 % p.a., hvilket svarer ganske godt til den reelle værdiforringelse. Drifts- og vedligeholdelseskostninger var det første år kr. 45.000 og er derefter steget med kr. 45.000 om året, en årlig stigning som man forventer også vil være gældende i fremtiden. Til udligning af likviditetsudsving benytter virksomheden en kassekredit, hvor der betales 15 % p.a. i rente. Det her omtalte anlæg anvendes udelukkende til produktion af en del af virksomhedens samlede sortiment, og man har beregnet det årlige DB, der hidrører fra denne del af produktionen, til at være kr. 450.000 pr. år. Dette dækningsbidrag forventes at være uændret fremover.

Der ses overalt bort fra skattemæssige konsekvenser.

a) *Under forudsætning af, at man vil nedlægge den her omhandlede del af produktionen, hvornår vil det da være optimalt at stoppe?*

b) *Såfremt man ønsker at fortsætte produktionen, hvornår vil det da være optimalt at udskifte anlægget med et tilsvarende?*



## C. Særlige opgaver i investeringsteori

### Opgave 1. Årlige eller månedlige værdier?

En virksomhed har købt en maskine kontant til 620.000 kr., som forventes at give en besparelse i arbejdskraft på en månedsløn på 20.000 kr. igennem 3 år. Virksomheden har en kalkulationsrente på 8 pct. p.a.

- Find kapitalværdien ved anvendelse af de (normale) årlige værdier
- Find den månedlige rente, der svarer til 8 pct. p.a.
- Find den eksakte kapitalværdi, når der anvendes månedlige og ikke årlige størrelser for såvel rente som månedsløn.
- Diskuter eksemplet med henblik på at vurdere, hvor stor en fejl, der begås ved at sætte værdierne til den anvendte periodeenheds slutning snarere end dens midtpunkt.

### Opgave 2. Aritmetisk eller harmonisk gennemsnit?

En virksomhed får regner med, at den for et bestemt værdipapir kan få en rente på 4 pct. p.a. de første 5 år og 6 pct. de næste 5 år.

Hvor meget vil det afvige fra den simple antagelse, at den i gennemsnit får 5 pct. i 10 år?

Diskuter dette eksempel.

### Opgave 3. Spekulation i renteforskelle.

I en af John Grishams romaner (The Partner) stjæler en advokat 60 millioner dollars og flygter til Sydamerika. 5 år senere bliver han fundet og indvilliger i at betale pengene tilbage, imod at straffen bortfalder. Han havde som kyndig forretningsmand fået pengene forrentet med 8 pct. p.a., og han havde bestemt ikke betalt skat til nogen. Advokaten fik en aftale med de amerikanske myndigheder om, at han skulle betale 5 pct. i forrentning af de stjalne penge. Levede han videre som en rig eller en fattig mand?

### Opgave 4. Empiriske rentesatser.

Obligationsrenten for lange obligationer er i 2002-3 ca. 6 pct.

- Hvor stor er den typiske indlånsrente for private kunder?
- Hvor stor er lånerenten for private til boliglån?
- Hvor stor er den kortsigtede rente (flexlånsrenten)?
- Er renteniveauet det samme i DK som i Euroland, USA og Japan?
- Hvor stor har den realiserede realrente, d.v.s. den årlige rente divideret med årets inflationstakt, været i Danmark igennem de sidste 10 år?

Hvilken betydning har disse forskellige renter for den klassiske investeringsteori med forudsætningen om et perfekt kapitalmarked?

### Opgave 5. Den skuffede sygeplejerske.

En 50-årig sygeplejerske har arvet 50.000 kr., som hun har sat i banken på en anfordringskonto med en rente på 0,5 pct. p.a. Hvis vi antager en årlig inflationstakt fremover på 2 pct. p.a. (Hvorfor?), hvor meget vil hendes arv så være formindsket i realværdi, når hun går på pension som 67-årig?

### Opgave 6. Henførelstidspunktets betydning.

I investeringsteorien plejer vi at sige, at for en absolut investering (med nulinvesteringen som alternativ) skal kapitalværdien være positiv for at investeringen er rentabel. Dette gælder, når vi henfører til tidspunkt 0. Men gælder det også, når vi henfører til et andet tidspunkt, f.eks. tidspunkt 1?

### Opgave 7. Pay-back metoden.

I bl.a. praktisk energipolitik bliver den simple pay-back metode ofte anvendt, måske fordi en hel del beslutninger tages af folk uden økonomisk uddannelse. Antag, at en energibesparende foranstaltning har en kapitaludgift på A kr., og at den vil give en årlig besparelse på b kr. i forventet n år. Man beregner en pay-back periode på  $A/b = q$  år, og hvis denne værdi er mindre end en krævet pay-back periode på  $q^*$  år, bliver investeringen gennemført. Denne fremgangsmåde tager hverken hensyn til renter eller investeringens forventede levetid. Afhængig af det forventede antal år, som investeringen giver afkast i, kan det imidlertid beregnes, hvad en sådan investering indebærer i form af intern forrentning. Hvis en investering på 100.000 forventes at betale sig tilbage på den krævede periode på 4 år med 25.000 kr./år, men faktisk kan leve 5 år, giver investeringen en positiv intern rente.

Beregn den interne rente for følgende kombinationer af n og q:

	n =								
	3	4	5	6	7	8	10	12	15
q=q* =									
3	0	0,125898							
4		0							
5			0						
8						0			
10							0		
12								0	

*Kommenter denne tabel.*

### Opgave 8. Sammenkoblede investeringsproblemer.

Regeringen har besluttet at bygge en ny færge og et havneanlæg til betjening af Åholm. Der er tale om et specialkonstrueret anlæg og en specialkonstrueret færge, som ikke har værdi i anden anvendelse. Færgen kostede 70 mio. i købspris og har driftsomkostninger på 8 mio. kr. årligt. Den har en teknisk/økonomisk levetid på 20 år. Havneanlægget kostede 100 mio. kr. og har en levetid på 30 år.

Umiddelbart efter, at beslutningen er ført ud i livet, bliver det klart, at man kunne have købt en ny færge til 130 mio. kr. med driftsomkostninger på 2 mio. kr. og med en levetid på 20 år, samt et tilhørende havneanlæg til 80 mio. kr. med en levetid på 40 år, men det nye sæt af færge og havneanlæg kan kun fungere sammen.

*Hvornår, om overhovedet, bliver den nye kombination af færge og havneanlæg taget i brug, hvis man anvender en kalkulationsrentefod på 6 %?*

*Er svaret følsomt over for moderate ændringer i de anvendte parameterværdier?*

### Opgave 9. Pensionistproblemet.

Thomas Sørensen havde sammen med sin kone levet det meste af sit liv i udlandet, men var nu rejst tilbage til Danmark, hvor de ville blive permanent. Han var uddannet økonom og havde været beskæftiget som kontraktansat konsulent ved forskellige projekter. Ved nytåret 2000 havde han lige fejret sin 50-års fødselsdag og haft anledning til at overveje sit fremtidige liv. Han talte med sin kone om sagen, og de var enige om, at da de ikke havde børn, var der ingen grund til at efterlade noget, men på den anden side var det et stort ønske hos dem at få en tredje livsfase som pensionister, og de satte som mål, at han skulle trække sig tilbage som 65-årig, og at han i pension have mindst 60 pct. af sin løn (som 65-årig).

Fra sin tidligere tilværelse havde Thomas Sørensen en opsparing på \$100.000, men han havde ikke nogen pensionsordning i sit nuværende firma. Han havde i 1999 en løn på 480.000 kr. og forventede, at priserne ville stige med 2 pct. om året og en reallønsstigning på 1 pct. Banken havde oplyst ham om, at han kunne påregne en rente på 5,5 pct. om året af sine indestående midler. Han talte også med et forsikringselskab, og det fortalte ham, at den praktiske regel var følgende: Hvis han som 65-årig købte en livsvarig konstant ydelse mod et engangsbeløb ville selskabet regne med, at han levede i 15 år, og at de ville anvende en rente på 3,3 pct.

*Hvor stor en del af sin løn skal Thomas Sørensen lægge til side hvert år for at kunne opnå den "gyldne pensionisttilværelse"?*

*Kommenter dette resultat.*

### Opgave 10. Imperfekt kapitalmarked – likviditetsbegrænsning.

Peter Faxild var en energisk tømrermester i Nordvestsjælland. Han havde opgjort 6 potentielle investeringsprojekter som vist nedenfor. De findes også som Excelark.

r	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	800.000	-300.000	300.000	300.000							
B	1.200.000	-300.000	300.000	300.000	300.000	300.000	300.000				
C	500.000	-200.000	200.000	200.000	200.000						
D	2.200.000	-420.000	420.000	420.000	420.000	420.000	420.000	420.000	420.000	420.000	420.000
E	350.000	-200.000	200.000	200.000							
F	900.000	-230.000	230.000	230.000	230.000	230.000	230.000	230.000			

Faxild havde imidlertid kun selv 300.000 i kontanter. Hans bank fortalte ham, at kun fordi han var en gammel kunde, ville den give ham et lån på 1,8 mio. kr. til en rente på 8 pct. p.a. Alle projekterne er udelelige, og de kan ikke udskydes.

- Undersøg rentabiliteten af det enkelte investeringsprojekt.*
- Hvilken projektkombination skal Faxild faktisk gennemføre?*
- Hvor stor er den interne rente på de projekter, som Faxild ikke kan gennemføre?*

### Opgave 11. Risiko: El-forretningen i Ballerup.

En el-installatør med havde en forretning i Ballerup nær Hovedgaden, hvor der blev solgt lamper og diverse el-artikler. Derudover drev han en el-forretning med reparation, fortrinsvis for private og mindre forretninger. Til medhjælp havde han dels sin kone i forretningen tillige med en halvdags medhjælp, dels 2 svende og en lærling.

Han havde i år 2002 haft et år som følger

Resultat for 2002		
Nettoomsætning		2.300
Lønninger		950
Materialeforbrug		500
Dækningsbidrag		850
Diverse kapacitetsomkostninger		230
Indtjeningsbidrag		620
Afskrivninger		105
Resultat før renter		515
Nettorenter		85
Årets resultat		430

Balance ultimo 2002					
Aktiver			Passiver		
<b>Anlægsaktiver</b>				<b>Egenkapital</b>	730
Ejendommen Storegade 13		1.200		<b>Langfristet gæld</b>	
2 varevogne	560			Kreditforeningslån	740
Heraf afskrevet	240	320		<b>Kortfristet gæld</b>	
<b>Omsætningsaktiver</b>				Kassekredit	640
Varelager		340		Leverandører	200
Debitorer		450		I alt	840
<b>Aktiver i alt</b>		<b>2.310</b>		<b>Passiver i alt</b>	<b>2.310</b>

- Forsøg at belyse risikobegrebet for denne forretning. Prøv at lave en oversigt over, hvilke ulykker, der kan tænkes at overgå el-forretningen.
- Hvor mange af de ulykker kan der tegnes forsikring imod?

Lad os betegne en hændelse, der kun sker 1 gang ud af tusinde, som en *sjælden hændelse*. Dem ser man typisk bort fra i praktiske beregninger. Men netop når der er tale om sådanne helt "usandsynlige" sjældne hændelser, kan der godt være mange af dem. Lad os antage, at der er 100 mulige sjældne hændelser. Sandsynligheden for, at mindst 1 af dem så faktisk indtræder, vil være 9,5 pct. Det er altså ikke spor usandsynligt, at en sjælden hændelse vil indtræde, men vi ved naturligvis ikke hvilken.

- Diskuter dette set i forhold til opgaven ovenfor.

## Opgave 12. Kapitalværdi som det eneste kriterium?

En produktionsvirksomhed har en omsætning på 200 mio. kr. og et overskud på 10 mio. kr. Driftsingeniøren har fået et tilbud om noget nyt maskineri, som vil rationalisere driften. Det ville betyde en investeringsudgift på 8 mio. kr. og spare personaleomkostninger på 1,5 mio. kr. om året i 10 år. En investeringskalkule gav til resultat, at det ville give en nutidsværdi på 640.000 kr. ved en kalkulationsrente på 10 pct. og en intern forrentning på 12 pct.

Personalebesparelsen ville imidlertid betyde afskedigelse af 5 ældre medarbejdere uden andre beskæftigelsesmuligheder.

Synes I, at virksomhedens direktør skal iværksætte investeringen, eller kunne andre hensyn tale imod?

### 3. Opgaver i finansiering.

- A. Lynggaards opgaver i finansiering.
- B. Særlige opgaver.
  - 1. Markedsværdi kontra bogført værdi
  - 2. GRIMEX A/S
  - 3. Illustration af Gordons Formel
  - 4. Den dristige virksomhed.
  - 5. Kassekredit og finansieringsbehov.

#### Opgave 1. Markedsværdi kontra bogført værdi.

Et anpartsselskab har opgjort sit resultat som vist nedenfor ultimo 2000 i mio. kr.

Aktiver		Passiver	
Ejendom	20	Egenkapital	40
Maskiner	15	Gæld	10
Omsætningsaktiver	15		
<b>I alt</b>	<b>50</b>	<b>I alt</b>	<b>50</b>

Resultatopgørelsen for år 2000 viste følgende:

Omsætning	100
Driftsomkostninger	80
Resultat før renter	20
Renter	1
Årets resultat	19

Virksomheden regner med en vækst i overskuddet på 4 pct. om året og med at udbetale 40 pct. af årets resultat i udbytte. Virksomheden har kapitalomkostninger på 12 pct. (d.v.s., at kalkulationsrenten  $r$  på mine slides skal sættes til 0,12)

- a) Hvad er virksomhedens bogførte værdi?
- b) Hvad er virksomhedens markedsværdi?
- c) Hvordan vil disse størrelser blive påvirket af
  - 1) Den anerkendt dygtige unge direktør forlader selskabet?
  - 2) Ejendommens værdi stiger med 5 mio. p.g.a. konjunkturerne?
  - 3) En medarbejder i virksomheden bliver dømt for spirituspåvirket kørsel i virksomhedens tjeneste og skal betale erstatning for personskade på 1 mio. kr.?
  - 4) EU overvejer at liberalisere markedet, så konkurrence fra tredjelande bliver en mulighed?
  - 5) Der fremkommer en ny og mere effektiv maskine til produktion af virksomhedens hovedprodukt?

## Opgave 2. GRIMEX A/S

Industriaktieselskabet GRIMEX offentliggjorde i februar 2001 sin årsberetning. I henhold til regnskabet havde det en aktiekapital på 100 mill.kr. fordelt på aktier af 100 kr. Det havde et overskud på 178 mio. kr. og bekendtgjorde, at det ville følge sin fastlagte udbyttepolitik med at udbetale 30 pct. af overskuddet, medens resten ville blive henlagt.

Selskabet var noteret på Københavns Fondsbørs og havde ultimo 2000 en kursværdi på 2120.

- Hvor stor er markedsværdien af GRIMEX A/S?
- Hvordan er P/E forholdet?
- Er dette P/E forhold unormalt i forhold til andre industriaktieselskaber?<sup>1</sup>

En aktieanalytiker i en investeringsforening anvendte for den slags investeringer et kapitalkrav på 0,12, altså  $r = 0,12$ . Han regnede med, at vækstraten i overskuddet i løbende priser for GRIMEX A/S ville være 0,08. På den baggrund konkluderede han, at han ikke ville købe aktien til sin investeringsforening.

- Hvilken værdi nåede aktieanalytikeren til?
- Hvad kan være årsagen til, at han når til et andet resultat end fondsbørsen?

## Opgave 3. Illustration af Gordons formel.

I nedenstående tabel er vist udviklingen i hhv. Nettoresultat ("Earnings") og i udbytteprocent for SAS og Lundbeck

		1998	1999	2000	2001	2002
<b>SAS</b>	Nettoresultat	2.134.000	1.379.000	2.135.000	-1.064.000	-132.000
	Udbytte %	40	40	45	0	0
<b>Lundbeck</b>	Nettoresultat	293.900	307.000	615.800	984.800	1.311.400
	Udbytte %	32	41	11	17	23

Diskuter anvendelsen af Gordons formel på disse to virksomheder. Find evt. selv flere eksempler fra Københavns Fondsbørs.

---

<sup>1</sup> Se kurslisten i et dagblad

**Opgave 4. Den dristige virksomhed.** Diskuter solvens og rentabilitet for nedenstående virksomhed.

<b>Resultatopgørelse 2002</b>			
Omsætning	25.000		
Omkostninger	16.000		
Resultat før renter	9.000		
Renter	6.000		
Resultat efter renter	3.000		
<b>Balance ultimo 2002</b>			
<b>Aktiver</b>		<b>Passiver</b>	
Anlægsaktiver	35.000	Egenkapital	5.000
Omsætningsaktiver	12.000	Langsigtet gæld	20.000
		Kortsigtet gæld	22.000
<b>I alt</b>	<b>47.000</b>	<b>I alt</b>	<b>47.000</b>



### Opgave 5. Kassekredit og finansieringsbehov.

En virksomhed havde lagt følgende budget for år 2003 for det månedlige salg (alle beløb i 1000 kr.). Kreditsalg vil konkret sige, at der blev givet en måneds kredit.

1000 kr.		Kontantsalg	Kreditsalg	I alt
Januar		250	300	550
Februar		200	300	500
Marts		200	300	500
April		200	300	500
Maj		200	300	500
Juni		150	200	350
Juli		150	200	350
August		150	200	350
September		200	300	500
Oktober		250	300	550
November		200	300	500
December		400	600	1000

Virksomhedens har derudover følgende udgifter:

- Råvarer, som bliver beregnet med 40 pct. af månedens salg.
- Kapacitetsomkostninger på 200, som bliver betalt løbende ved månedens udgang
- Lønomsomkostninger på 100, som bliver betalt løbende ved månedens udgang.

Virksomheden havde i december 2002 et kreditsalg på 310.

Virksomheden havde lavet en aftale med sin bank, der indebar

- At virksomheden skulle betale 6 pct. p.a. i rente af træk på sin kassekredit
- At virksomheden skulle betale 2 pct. af maksimumsbeløbet på kassekreditte ved årets udgang.
- At virksomheden skulle have  $\frac{1}{2}$  pct. p.a. i rente af positivt indestående på sin kassekredit.
- At der skal beregnes renter hver måned af saldoen på kassekreditkontoen, men renterne skal først betales ved årets slutning.

Virksomheden ønskede til stadighed at have en kassekredit, som overstiger det forventede træk med 50.

**Spørgsmål 1.** Vis udviklingen i virksomhedens likviditet igennem 2003.

**Spørgsmål 2.** Hvor stor bliver den ønskede kassekredit?

**Spørgsmål 3:** Hvor stort bliver virksomhedens forventede overskud?

Virksomheden overvejede at afskaffe kreditsalget. Den forventede, at den kunne have det samme salg, hvis den afskaffede kreditsalget og indførte en kontantrabat på 2 pct. Da kreditsalget foregik til særlige kunder, skulle der kun gives kontantrabat til disse og ikke til alle.

**Spørgsmål 4.** Er det en god idé at afskaffe kreditsalget?

## 4. Opgaver i omkostningsteori og internt regnskab

### I. Opgaver i omkostningsteori

#### Opgave 1 – Indkøb på grønttorvet.

En grossistvirksomhed køber ind hver dag på grønttorvet. Man har konstateret, at så længe man køber 100kg eller derunder af en bestemt vare, er noteringen rimelig fast på 7 kr.. pr kg. Skal man en dag bruge mere end 100kg, stiger noteringen derefter med 0,02 kr. pr kg for hvert kg, man efterspørger ud over de 100 kg.

Bestem grænse, gennemsnits og totale variable omkostningsfunktioner

#### Opgave 2 – Opgave i omkostningsfunktioner

En virksomhed har gennem længere tid studeret omkostningerne forbundet med produktionen af en bestemt vare og har fundet frem til, at de marginale omkostninger ved at producere den første enhed er 99 kr.. Herefter falder de marginale omkostninger med 1 kr. pr stk., man yderligere producerer, indtil man når ned på en omkostning på 50 kr. ved en produktion af enhed nr. 50. I produktionsintervallet 50-100 stk. er MC konstant 50 kr.. Ved produktion herudover stiger de marginale omkostninger pr. stk. med 0,50 kr. for hver yderligere enhed.

Bestem grænse, gennemsnits, og totalomkostningsfunktioner.

#### Opgave 3 – Korsbæk Dagblad

Korsbæk dagblad trykker en reklameavis til lokalområdet. Materialeomkostningerne udgør 0,80kr. pr avis til papir og 0,30kr. til andre omkostninger. Afhængigt af månedsforbruget af papir er det muligt at opnå større eller mindre kvantumsrabatter på månedsindkøbet af denne råvare. En månedlig produktion på 10.000 aviser medfører en rabat på 10 %, 20.000 aviser medfører 20% rabat og 40.000 aviser medfører 30 % rabat.

Beregn og vis grafisk, hvorledes marginal, gennemsnits og total omkostning på månedsbasis afhænger af antallet af trykte aviser.

#### Opgave 4 – Sikker Dataservice

Sikker Dataservice har netop afsluttet udviklingen af et nyt produkt. Man er derfor ved at træffe beslutning om priser for produktet og de service besøg, dette vil kræve.

I denne sammenhæng ønskes en beskrivelse af de omkostninger, der er knyttet til servicebesøg.

Tidsforbruget pr. servicebesøg vil afhænge af, hvor mange månedlige servicebesøg, der gennemføres, idet rutine spiller en stor rolle. I samarbejde med medarbejderne har man udarbejdet en beskrivelse af sammenhængen mellem antal besøg pr. måned og det gennemsnitlige tidsforbrug pr besøg:

Antal servicebesøg pr. md.	Gennemsnitlig tidsforbrug pr. besøg (timer)
1 (regn med 0)	8
10	4
50	3
100	2

Den medarbejder, der udfører servicebesøget, er på timeløn og får en løn på 170kr. i timen. En servicevogn med udstyr leases for 8.000kr. pr måned (alle omk. er inkluderet heri). Én servicevogn har en kapacitet på 50 servicebesøg pr. måned. Det antages, at AVC er stykvis lineær.

Beregn, hvorledes marginal, gennemsnits og totalomkostning på månedsbasis afhænger af antallet af besøg.

### Opgave 5 – Zitech.

I computerfirmaet Zitechs magasin for februar/marts 2001 er der angivet følgende priser for netværksskabler af typen "Fiber optisk kabel (ST conn.), 62.5/125 U Multimode" :

1 meter	290 kr.
5 meter	435 kr.
15 meter	495 kr.
30 meter	745 kr.
100 meter	1.995 kr.

Beregn grænseomkostningerne for en meter optisk fiber. Kommenter.

### Opgave 6 - Færgeselskabet Veggerø.

Færgeselskabet Veggerø sejlede fra Svendborg til øen Veggerø i det fynske øhav. Der boede omkring 200 mennesker på øen. Færgen sejlede hver dag året rundt. Det havde indtil år 2000 sejlet 6 ture til Veggerø, kl. 7, 9, 11, 13, 17 og 18, men fra januar 2000 var driften blevet reduceret, så de to sejladser midt på dagen var blevet indstillet. Færgen havde en kapacitet på 60 passagerer og 10 lastbiler eller 14 personbiler. I gennemsnit var der imidlertid kun 20 passagerer, en 3-4 personbiler og en 4-5 lastbiler.

Nedenstående er givet tal fra resultatopgørelsen de sidste 5 år.

Færgeselskabet Veggerø					
	1998	1999	2000	2001	2002
<b>Resultatopgørelse</b>					
<b>Nettoomsætning</b>					
Passagerer	876.000	855.000	832.000	845.000	851.000
Lastbiler	496.000	512.000	506.000	516.000	522.000
Post	76.000	74.000	75.000	77.000	79.000
<b>I alt nettoomsætning</b>	<b>1.448.000</b>	<b>1.441.000</b>	<b>1.413.000</b>	<b>1.438.000</b>	<b>1.452.000</b>
Omkostninger					
Løn					
Bådførere	460.000	484.000	452.000	466.000	472.000
Matroser	360.000	372.000	331.000	349.000	351.000
Maskinmestre	400.000	414.000	396.000	402.000	411.000
Løn i alt	1.220.000	1.270.000	1.179.000	1.217.000	1.234.000
Brændstof	470.000	485.000	395.000	370.000	412.000
Småreparationer	35.000	42.000	25.000	33.000	38.000
Administration	114.000	122.000	135.000	143.000	153.000
<b>Indtjeningsbidrag</b>	<b>-391.000</b>	<b>-478.000</b>	<b>-321.000</b>	<b>-325.000</b>	<b>-385.000</b>

Afskrivning på båd	112.000	112.000	112.000	112.000	112.000
<b>Resultat før renter</b>	<b>-503.000</b>	<b>-590.000</b>	<b>-433.000</b>	<b>-437.000</b>	<b>-497.000</b>
Renter	120.000	116.000	122.000	115.000	111.000
<b>Ordinært resultat før tilskud</b>	<b>-623.000</b>	<b>-706.000</b>	<b>-555.000</b>	<b>-552.000</b>	<b>-608.000</b>
Tilskud fra Fonden til støtte af småøer	540.000	540.000	570.000	570.000	570.000
<b>Ordinært resultat</b>	<b>-83.000</b>	<b>-166.000</b>	<b>15.000</b>	<b>18.000</b>	<b>-38.000</b>

**Spørgsmål 1.** Foretag en opdeling i faste og variable omkostninger.

**Spørgsmål 2.** Antag, at de gennemsnitlige variable omkostninger er konstante og tegn omkostningskurven.

### Opgave 7 - Tømmermesteren.

En middelstor tømmervirksomhed i Nordvestsjælland beskæftiger relativt fast 10 tømrere og lidt varierende 5-7 ufaglærte medhjælpere. Man kunne godt få fat i flere faglærte tømrere, men i så tilfælde skulle man betale 10 pct. mere i løn, ikke blot til de nyansatte, men også til de fast beskæftigede, som ikke ville finde sig i, at de nyansatte fik mere i løn end dem selv. De ufaglærte fik derimod den lokale markedsløn.

Den 30.april var virksomheden i den situation, at den efter industriferien skulle i gang med en større udbygning på det lokale plejehjem, der ville beskæftige hele virksomheden, men indtil da var der kun beskæftigelse til 7-8 mand. Men den 30.april indløb der en forespørgsel, om virksomheden ville afgive tilbud på en tilbygning til et hotel.

Tømmermesteren tog ud og besøgte de forholdene og nåede frem til følgende:

1. Der skulle bruges 3 faglærte og 1 ufaglært i 3 måneder til opgaven.
2. Der skulle bruges noget solidt tømmer til opgaven, som tømmermesteren dog havde på lager. Han havde oprindeligt købt det for 50.000, men det var siden steget med 20 %.
3. Der skulle bestilles noget særligt finer fra en finerfabrik, som samlet ville koste 40.000 kr.. Denne finerfabrik havde en rabatordning, så der blev ydet 10 pct. rabat på det årlige køb, når, hvis dette oversteg 100.000 kr.. Tidligere i året havde virksomheden købt for 80.000 kr.. hos den pågældende finerfabrik, men skulle ikke bruge denne type finer til plejehjemmet.

Virksomheden plejede at kalkulere på følgende måde: Forbruget af faglært arbejdskraft blev anslået. Der blev regnet med den gældende timeløn på 120 kr., og den samlede tilbudspris blev beregnet som "Timeforbruget af faglært arbejdskraft x 120 x 2,5", hvor faktoren 2,5 var en *mark-up*, der skulle dække virksomhedens faste omkostninger, dens forbrug af ufaglært arbejdskraft samt fortjeneste. Til dette blev lagt udgiften til råmaterialer efter regning. En opgave på 40 timer og med et materialeforbrug på 10.000 kr.. blev således beregnet til  $40 \times 300 + 10.000 = 22.000$  kr..

**Spørgsmål a:** Hvilken pris ville tømmermesteren forlange med sin normale kalkulation? Hvad synes du om denne måde at kalkulere tilbud på?

**Spørgsmål b:** Hvad er den mindste pris – *bundprisen* -, som tømmermesteren kan tilbyde hotellet uden at tabe penge på tilbuddet? (Ved besvarelsen må du anlægge dine

egne begrundede forudsætninger). Kommenter forskellen mellem dette resultat og svaret under spørgsmål a.

Tømmermesteren har ad omveje hørt, at hotelejerne regner med, at ombygningen kommer til at koste omkring en halv million. Han har også hørt fra sine kolleger, at de er travlt beskæftiget med at reparere sommerhuse.

**Spørgsmål c:** Hvilket tilbud ville du give til hotelejerne?

## II. Opgaver i internt regnskab

### Opgave 8 – CAD

I en stiliseret udgave har Center for Anvendt Datalogi følgende struktur:

Omkostningsstruktur for CAD	
Faste omkostninger	1 million
Variable omkostninger	1 million
I alt	2 millioner
Fordeling på fag	
Økonomi	70 pct.
Statskundskab	10 pct.
Fakultetskontor	10 pct.
Sociologi	7 pct.
Antropologi	3 pct.
I alt	100

Der er enighed mellem fagene om, at CAD skal have sine omkostninger dækket, og at fordelingsnøglen skal være det faktiske forbrug.

Det teologiske fakultet har imidlertid forespurgt, om de kunne blive tilknyttet CAD; det ville betyde en forøgelse af aktivitetsniveauet med 10 pct., men ville ikke medføre spring i de faste omkostninger. Dette fakultet har imidlertid ladet skinne igennem, at det kun ville betale marginalomkostningerne, da de faste omkostninger jo alligevel skal betales.

a) Diskuter dette forslag.

b) Ville det spille nogen rolle for jeres standpunkt, hvis der var tale om en institution af privat karakter?

## Opgave 9 - Boldklubben 1910.

Boldklubben af 1910 havde til huse i en hal, der var kommunalt ejet og udlejet på favorable vilkår. Klubben bestod af 3 afdelinger, en afdeling for indendørs fodbold, en håndboldklub og en basketballklub. B1910 havde den aftale med kommunen, at kommunen ville dække halvdelen af omkostningerne, men at den i øvrigt skulle hvile i sig selv, d.v.s. hverken have over- eller underskud. Baggrunden for det kommunale tilskud var et ønske om at støtte fritidslivet og ungdomsarbejdet i kommunen, reelt et ønske om at holde de unge mennesker væk fra gaden. Og faktisk blev en hel del kontingenter, især for de unge, betalt af andre kommunale kasser.

Boldklubben af 1910				
Halleje	1.000.000			
Inspektør	250.000			
Økonomisektion	200.000			
Rengøring	1.000.000			
Særligt tilsyn	900.000			
Div. omkostninger	500.000			
<b>Omkostninger i alt</b>	<b>3.850.000</b>			
Indtægt fra cafeteria	550.000			
Kommunalt tilskud	1.925.000			
Årligt underskud	1.375.000			
	Fodbold	Håndbold	Basketball	I alt
Antal medlemmer	120	220	30	370
heraf under 18	70	80	22	172
Benyttelse, antal timer/uge <sup>1</sup>	15	40	14	69
heraf i weekenden	10	14	0	24
Note 1: Hallen er lukket i 4 uger i juli.				

Bestyrelsen for B1910 skal forelægge et forslag til fordeling af omkostningerne på den kommende generalforsamling.

Ved beregningen af medlemskontingentet måtte bestyrelsen fornuftigvis tage hensyn til følgende kendsgerninger:

- At i økonomisektionen var halvdelen af omkostningerne afhængige af medlemstallet i de 3 foreninger, medens resten var afhængig af antallet af afdelinger.
- At der var tradition for, at alle poster, der ikke havde særlige forhold, blev fordelt efter benyttelse
- At det særlige tilsyn i det væsentlige vedrørte håndboldklubben, da det især var den, der havde de arrangementer, der medførte udgifterne

- At stort set alle indtægterne fra cafeteriet kom fra håndboldklubbens medlemmer.
- At der var en del medlemmer, der mente, at den hidtidige praksis med et fast medlemskontingent var urimelig, og at der i stedet burde være et fast medlemskontingent og en brugerbetaling pr. time for hallen
  - At basketballklubbens formand var i særlig grad såvel veltalende som aggressiv i varetagelsen af sine medlemmers interesser.
  - At der var idelige skænderier mellem klubberne om fordelingen af tiden, især om weekenden.

Lav på denne baggrund en beregning af medlemskontingentet, under forudsætning af,

1. at det er ens for alle
2. at unge betaler halv pris
3. at hver afdeling betaler sine direkte omkostninger efter den sædvanlige fordelingsnøgle
4. at man overgår til en fordeling efter en ren betaling efter hver times benyttelse

Hvilket forslag ville du selv synes var rimeligt?

## Opgave 10 – Albex A/S

Virksomheden Albex A/S består af 3 produktionsafdelinger samt 3 fællesafdelinger, nemlig en rengøringsafdeling, en IT afdeling og et økonomikontor. Afdelingerne har hidtil været styret af det princip, at den enkelte afdeling skulle maksimere bruttofortjenesten, d.v.s. salgsprisen – de direkte variable omkostninger. De enkelte afdelinger havde følgende situation: På grund af konkurrencesituationen var priserne i det væsentlige givet udefra, og virksomheden havde en betydelig erfaring med hensyn til forløbet af de direkte omkostninger. Der synes at gælde følgende:

	Salgspris	Direkte grænseomkostninger
Afdeling 1	10.000	2000 +60 x
Afdeling 2	8.000	1500+ 40x
Afdeling 3	7.000	2600+70x

**Spørgsmål 1:** Hvad er den optimale produktion i de 3 afdelinger? Hvor stor er omsætningen og de direkte omkostninger i de 3 afdelinger? Hvor stort er virksomhedens overskud?

Virksomheden havde imidlertid analyseret de indirekte omkostninger og var nået til følgende

	Faste omkostninger	Variable omkostninger	Ialt
Rengøring m.v	120000	20000	140.000
IT	450000	170000	620.000
Økonomikontor	230000	50000	280.000

Virksomheden besluttede derfor, at det ville være fornuftigt at belaste de variable omkostninger fra den 3 fællesafdelinger på de 3 produktionsafdelinger i forhold til de direkte omkostninger i de 3 produktionsafdelinger. Tanken var først at fordele de variable omkostninger ud på de 3 produktionsafdelinger i forhold til deres direkte omkostninger. Derefter ville virksomheden beregne, hvad de enkelte afdelinger skulle betale for fællesydelse pr. produceret enhed.

### Spørgsmål 2.

- Hvad bliver de nye grænseomkostninger i de 3 produktionsafdelinger.
- Hvad bliver de nye optimale produktioner i de 3 produktionsafdelinger.
- Hvilken ændring har denne omlægning af beregningsmetoderne medført, hvis der ikke sker andet i virksomheden.

Det var imidlertid erfaringen fra tilsvarende virksomheder, at ved en sådan omlægning ville der blive sparet på de variable omkostninger til rengøring, IT og økonomiydelse. Det forlød i branchen, at man kunne regne med besparelser på mindst 25 procent.

**Spørgsmål 3.** Hvordan vil virksomhedens situation se ud, hvis der faktisk opnås besparelser på 25 pct.?



## 5. Opgaver i optimering.

### A. Opgaver til målsøgningsfunktionen

#### Opgave 1. Den traditionelle anvendelse.

En virksomhed overvejer at investere 200.000 kr., som vil give en omsætningsforøgelse på 500.000 det første år med en foreløbig stigning på 5 pct. om året i de 4 efterfølgende år. Samtidig får vi en stigning i diverse omkostninger på 180.000 det første år med en stigning ligeledes på 5 pct. om året. Lønomkostningerne er 200.000 kr. det første år, og lønstigningstakten er 6 pct. om året.

For hvilken værdi af stigningstakten til omsætningen bliver kapitalværdien af investeringen netop lig med 0?

#### Opgave 2. Løsning af en kompleks ligning 1.

Find løsningen for følgende funktion

$$f(x) = x^2 - (x+5)^{-4} + 3x - 5 = 0$$

Find værdien af funktionen i en passende omegn af løsningen og tegn disse værdier op i et diagram.

#### Opgave 3. Løsning af en kompleks ligning 2.

Find løsningen til funktionen

$$f(x) = e^{1,03x} + \ln 5x - 3x + 0,17$$

## B. Opgaver i optimering.

### Opgave 1. Prisdifferentiering.

En virksomhed har beregnet, at efterspørgselskurve på hjemmemarkedet har formen  $p = 200 - 0,2x$ , medens den på eksportmarkedet har en efterspørgselskurve på  $p = 150 - 0,3x$ . Virksomheden har beregnet, at dens omkostningsfunktion kan anslås til  $0,01x^2 + 10x + 8000$ . Hvad er den optimale pris og mængde på de to markeder?

### Opgave 2. Beregning af efterspørgselskurve.

En virksomhed har for øjeblikket en produktion på 20.000 enheder til en pris af 37 pr. stk. Virksomheden overvejer at sætte prisen op til 40 kr./stk. og antager, at den vil kunne sælge 19.000 enheder til den pris. Virksomheden har omkostningsfunktionen  $TC = 250.000 + 23,5x$

- Find den formodede efterspørgselskurve.
- Find den optimale pris og mængde og kommentér denne løsning.

### Opgave 3. Er løsningen $MR = MC$ entydig?

Springvist variable omkostninger, den højere tekniks lov mm indebærer, at der kan komme huller og knæk i grænseomkostningskurven, så den bliver diskontinuert. Gælder det samme for grænseomsætningskurven?

Kan betingelsen  $MR = MC$  selv med  $MC = \text{konstant}$  have flere forskellige løsninger?

### Opgave 4. Optimering ved springvist variable omkostninger.

En bagermester overvejer at udvide sin forretning. Han har p.t. 6 svende ansat, og hans søn har beregnet hans afsætningskurve til  $p = 20 - x$ , hvor  $x$  er den mængde, som en svend kan producere i løbet af et år. Hans omkostningsfunktion er  $TC = 40 + 6x$  for  $x \leq 6$ . Ved en udvidelse vil de faste omkostninger imidlertid stige med 5 om året.

Kan udvidelsen betale sig? Illustrer svaret grafisk.

### Opgave 5. Learning by doing.

En fabrikant af biogasanlæg har udviklet en ny type anlæg, som det første år som prototype kostede 5 mio. kr. at producere. Han regner med, baseret på tidligere erfaringer, at omkostningerne vil falde med 15 pct., hver gang han producerer 30 stk., når han først opnår erfaring med produktionen. Han regner med at kunne afsætte 15 stk. om året.

Ud fra erfaringer med andre typer af anlæg regner han med, at han kan sælge dem for 4 mio. kr. stykket, og at prototypen vil kunne overleve i 10 år, før den bliver forældet.

For at iværksætte produktionen har han engangsomkostninger på 10 mio. kr. Kan det betale sig at iværksætte produktionen med en kalkulationsrente på 8 pct.?

### Opgave 6. Maksimering med sparsom information.

En virksomhed har konstateret, at den i to perioder har haft et produktionsomfang for en given vare  $x$  på 3.500 i periode 1 og 4.500 i periode 2. De samlede omkostninger har været 870.000 kr. hhv. 1.020.000 kr., og den samlede omsætning hhv. 905.000 og 1.200.000. Virksomheden mener, at forholdene i det væsentlige har været uændrede, så de to observationer for perioderne 1 og 2 kan siges at ligge på samme omkostningskurve hhv. efterspørgselskurve.

Da virksomheden ikke har anden information, antager den, at der er tale om en lineær omkostningsfunktion  $TC = F + cx$ , hvor  $F$  er de faste omkostninger og  $c$  de marginale omkostninger, og en lineær efterspørgselsfunktion  $p = ax + b$ ,  $a < 0$ ,  $b > 0$ .

Find den optimale pris og mængde samt profitten i optimum.

Antag, at virksomheden erkender, at der er en usikkerhed på + eller – 10 pct. ved fastsættelsen af grænseomkostningerne. Synes du, at en sådan usikkerhed ligger inden for eller uden for det rimelige?

Hvad bliver da de optimale mængder og tilhørende profit?

Beregn den procentvise nedgang i profit målt i forhold til den optimale profit.

Kommenter disse tal.

## C. Opgaver i LP

### Opgave 1. Abstrakt opgave i Lineær Programmering.

a) Løs følgende LP problem med anvendelse af solver

$$\text{MAX: } 5A + 2B$$

$$\text{SUB: } A + B \leq 15$$

$$3A + B \leq 20$$

$$A + 4B \leq 25$$

$$A \geq 0$$

$$B \geq 0$$

b) Hvad bliver skyggepriserne på de 3 restriktioner

c) Løs problemet med den alternative målfunktion

$$\text{MAX: } -0,1A^2 + 5A - 0,1B^2 + 0,2B.$$

### Opgave 2. LP i en produktionsvirksomhed.

En virksomhed råder over 4 maskiner i 37 timer til produktionen af varerne A, B og C. Vare A kræver 2 timer for maskine 1, 1,5 time for maskine 2, 0,5 time på maskine 3 og 4 timer på maskine 4. Vare B kræver en times maskintid for alle maskiner. Vare C kræver 2 timer på maskine 1 og 2 og 3, og 1,5 time på maskine 4.

Vare A giver 800 kr. i dækningsbidrag, vare B giver 900 kr. i dækningsbidrag og vare C giver 1200 kr. i dækningsbidrag.

a) Hvad er den optimale ugentlige produktion?

b) Hvad sker der, hvis virksomheden kan få overtalt de ansatte til at arbejde 3 timer ekstra om ugen til normal løn?

c) Hvad sker der med den optimale løsning, hvis produktionschefen finder ud af, at man ved at forbehandle vare A i en ekstra time på maskine 3 kan spare 2 maskintimer på maskine 4?

### Opgave 3. LP anvendt på et forureningsproblem.

I en lille provinsby findes der 3 fabrikker. Fabrikkerne producerer 2 typer af forurening nemlig 1=svovldampe og 2=spildevand.

På fabrik 1 koster det 40 kr. at behandle 1 ton affald, som reducerer forurening 1 med 0,1 ton og forurening 2 med 0,45 ton.

På fabrik 2 koster det 30 kr. at behandle 1 ton affald, som reducerer forurening 1 med 0,2 ton og forurening 2 med 0,25 ton.

Endelig koster det 60 kr. at behandle 1 ton affald på fabrik 3, hvilket reducerer forurening 1 med 0,5 ton og forurening 2 med 0,4 ton.

Amtets teknik- og miljømyndighed, der ønsker at reducere den samlede forurening, har beregnet, at man som minimum skal have reduceret forurening af type 1 med 30 ton, mens forurening af type 2 skal reduceres med 40 ton, for at man kan hjælpe miljøet bedst.

a) Opskriv et lineært programmeringsproblem for de 3 fabrikker, idet man ønsker at imødekomme amtets krav på den billigst mulige måde.

DVS., vi antager, at der er:

1) Proportionalitet i målfunktionen således, at uanset størrelsen af det behandlet affald vil et ekstra ton altid koste den angivne pris.

2) Additivitet i målfunktionen, således at vi blot kan lægge alle tal sammen

b) Løs det lineære programmeringsproblem vha. problemløseren, og find den forureningstype, som virksomhederne helst vil vælge at reducere, hvis amtet finder ud af, at der skal som virksomhederne helst vil vælge at reducere, hvis amtet finder ud af, at der skal reduceres forurening med et ekstra ton.

## D. Alternativer til profitmaksimering.

### 1. En konkret illustration.

En virksomhed har følgende data:

Råvareomkostninger pr. enhed: 10 kr.

En arbejder producerer 8 enheder pr. arbejdstime.

Et arbejdsår er erfaringsmæssigt 1680 arbejdstimer.

Arbejdslønnen er 125 kr. i timen.

Der er faste omkostninger på 20.000.000 kr./år.

Efterspørgselsfunktionen har formen:  $60 - 0,00001x$ , hvor  $x$  er produceret (= solgt) mængde.

**Traditionel profitmaksimering:** Find den optimale mængde, det optimale antal arbejdere og den maksimale profit ved almindelig profitmaksimering. Tegn profitfunktionen (Profitten som en funktion af mængden) op i en omegn af den optimale løsning og diskuter dens udseende.

**Omsætningsmaksimering:** Hvad bliver mængden, antal arbejdere og profitten ved omsætningsmaksimering?

**Konvertering af løn til aktieudbytte:** Hvad bliver mængden, antal arbejdere og profitten, hvis alle arbejdere afstår fra at få løn imod at få en andel af virksomhedens overskud?

**Medarbejderejede virksomheder:** Hvad bliver mængden, antal arbejdere og profitten, hvis arbejderne overtager virksomheden som et kollektiv, hvorefter de maksimerer profitten pr. ansat, idet de dog kan regulere på antal ansatte?

**Hvile i sig selv:** Hvad bliver mængden og antal arbejdere, hvis virksomheden skal hvile i sig selv?

## 6. Afsætningsøkonomi.

### Opgave 1. Markedsbegreber.

Hvor stort er det potentielle marked for bredbåndsforbindelser?

- a) Hvor stort er det effektive marked for økonomiuddannelser?
- b) Hvis man opfatter det latente marked for økonomiuddannelser som de øvrige? universitetsuddannelser, hvor stort er så det potentielle marked for økonomiuddannelser?
- c) Det Økonomiske Studienævn ønsker at forøge antallet af politstuderende. Skal det koncentrere sig om det effektive marked eller det potentielle marked? Det virker jo nærliggende at koncentrere sig om det effektive marked snarere end det potentielle.

### Opgave 2. Producent- eller konsumentkriterier.

I dagbladet Politikens tidligere Internettillæg optrådte der den 5' april følgende annonce fra Multimedia World:

Bærbar Compaq Presario 12XL403  
Intel Celeron 700 MHz  
6 GB hard disk, modem  
CD-ROM/diskettedrev  
12,1" TFT farveskærm  
MS Windows ME DK  
MS Word, Works, m.fl.

Forsøg at oversætte denne annonce til konsumentkriterier.

### Opgave 3. Switching costs for husholdninger.

Hvor store er switching costs for en forbruger på følgende markeder: Switching costs = omkostninger ved at skifte leverandør.

- a) Cowboybukser
- b) Husstandsforsikring
- c) Avis.
- d) Døgnkiosk
- e) Blikkenslager
- f) Tandlæge

- g) Tekstbehandlingsprogram
- h) Blækpatroner til printer?

#### **Opgave 4. Switching costs for virksomheder.**

Hvor store er switching costs for en virksomhed ved at skifte

- a) Papirleverandør
- b) Bank
- c) Catering firma
- d) Advokat
- e) Realkreditinstitut

#### **Opgave 5. Markedet for studieture til Bruxelles.**

Forestil dig, at du fik den idé at lave en studietur til Bruxelles på deltagerfinansieret basis. Hvordan ville du undersøge markedet for dette?

#### **Opgave 6. Markedsføringen af en bog.**

Forestil dig, at du som indehaver af et forlag har fået rettighederne til en ny fransk roman, såvel spændende som halvpornografisk, der har været en stor succes i Frankrig.

Hvordan ville du markedsføre den i Danmark?

#### **Opgave 7. Forskellige typer virksomhedsprofil.**

Giv eksempler fra den danske virkelighed på

- a. En markedsleder.
- b. Markedsudfordrer
- c. En markedstilpasser
- d. En risikoavers virksomhed
- e. En risikosøgende virksomhed
- f. En vækstorienteret virksomhed
- g. En profitorienteret virksomhed

Tror du, der er typiske sammenfald mellem disse 3 kategorier, eller tror du, at de er stort set fordelt uafhængigt af hinanden?



### **Opgave 8. Det lokale monopol?**

Karakteriser konkurrencesituationen for din lokale bager

### **Opgave 9. Skimming pricing eller penetration pricing?**

Hvis du som forlægger skulle prisfastsætte en ny roman af Frederick Forsyth, ville du så anvende skimming pricing eller penetration pricing?

### **Opgave 10. Afsætningsparametre**

Angiv varer, hvor følgende parametre må antages at spille en betydelig rolle for salget:  
Indpakning

- a. Garantiordning
- b. Serviceordning
- c. Forretningens troværdighed
- d. Reservedelspolitikken
- e. Sortimentets bredde
- f. Sortimentets dybde
- g. Prisen

### **Opgave 11. Varebegrebets afgrænsning.**

Skal museumsbesøg sælges som faglige udstillinger eller som totaloplevelser? Louisiana tilsiger, at det skal ske som totaloplevelser.

### **Opgave 12. Internettet som salgskanal.**

Internettet angives at have et stort besparingspotentiale for forbrugerne ved at eliminere mellemmand såsom detailhandelen. Diskuter denne påstand.<sup>2</sup>

### **Opgave 13. Markedsføring til forbrugere eller til detailhandel?**

Antag, at du som producent af vaskemaskiner har produceret en ny vaskemaskine med indbygget, tørretumbler, der i modsætning til de øvrige på markedet er simpel at operere, så forbrugerne sparer penge og plads. Hvordan ville du markedsføre den, direkte over for forbrugerne eller over for de store kædebutikker?

---

<sup>2</sup> Hvis du vil diskutere det på basis af reel viden, kan du konsultere Journal of Economic Perspectives, Winter 2001, som indeholder let tilgængelige og fagligt højt kvalificerede artikler om emnet.

**Opgave 14. Nichebegrebet.**

Angiv et nicheprodukt fra bilmarkedet?

**Opgave 15. Markedssegmenter.**

Hvilket markedssegment sigter dagbladet Information på?

**Opgave 16. Den logistiske kurve.**

For en ny vare antager marketingchefen, at det samlede marked er på 20.000, at konstanten  $a$  kan sættes til 50, samt at konstanten  $k$  kan sættes til 0,2. Vis den logistiske kurve for disse værdier. Hvor meget er der i alt solgt efter 10 år? Hvad bliver det forventede årlige salg i år 4?

## Erhvervsøkonomi

*Besvarelsen afleveres senest fredag d. 6.juni 2003 kl.10.00 på eksamenskontoret, St. Kannikestræde 13 i **to** eksemplarer.*

Der vil ved vurderingen af opgaven blive lagt vægt på, at forudsætningerne for beregningerne er klart præciseret, og at valget af forudsætninger er begrundet, ligesom der vil blive lagt vægt på en klar og pædagogisk fremstilling med ordentlige tabeller og figurer.

Der kan i opgaven forekomme overflødige oplysninger og manglende oplysninger. I tilfælde af manglende oplysninger må den enkelte gruppe angive sit bedste skøn og begrunde dette.

**Det understreges, at den enkelte gruppe ikke må søge hjælp fra andre uden for gruppen, hverken andre grupper eller andre personer. Overtrædelse af dette vil blive behandlet efter universitetets almindelige ordensregler.**

## Færgeselskabet Veggerø A/S

Lars Larsen havde boet på Havnefogedens Gård i Veggerby i alle de 53 år, han havde levet. Veggerby ligger på øen Veggerø i det sydfynske øhav, 40 minutters sejlads fra Fåborg, og består af et halvt hundrede huse, hvoraf dog flere er ubeboede. Veggerø er en ø på omkring 1500 ha med en række store gårde. Da jorden er frugtbar, havde der oprindeligt været en del mennesker beskæftiget med landbrug på gårdene tillige med nogle fiskere, der drev kystfiskeri. Men landbrugets mekanisering havde sat et drastisk præg på øen. Hvor der tidligere boede hen imod 1000 mennesker, var der nu ikke bosat mere end omkring 400 mennesker på øen, de fleste lidt ældre. Lidt fra Veggerø, nærmest som en trekant med Fåborg, lå den væsentligt mindre ø Bjørnø, der havde en tilsvarende erhvervsstruktur.

I de seneste år var det dog, som om tendensen til affolkning var vendt. Der var kommet et par tegnestuer, der havde benyttet sig af, at ejendomspriserne var lave, og at der var en meget smuk natur. Den nye IT-teknologi gjorde, at man kunne arbejde næsten upåvirket af arbejdsstedet, og det var muligt at komme til Odense på godt en time og til København på knap 3 timer. Også et par kunsthåndværkere havde indset, at det var et godt sted at drive værksted.

Lars Larsens egen historie illustrerede disse tendenser ganske godt. Han havde giftet sig med den jævnaldrende Marie, som i sin ungdom havde tjent på en af gårdene, men siden havde hun først været hjemmegående og passet deres to piger og derefter havde hun passet kontoret i Færgeselskabet. De to piger havde imidlertid fået en uddannelse som hhv. klinikassistent og kontor og havde indset, at der ingen fremtid var på øen, så de boede i København og Ålborg. De var godt ad vej, men også langt ad vej.

Lars Larsens far Jens Larsen havde oprindeligt haft et husmandssted, men i 1972 var han blevet udsat for en arbejdsulykke, der havde givet ham et stift ben. Da prisen på landbrugsjord var steget meget betydeligt på grund af Danmarks indtræden i Det Europæiske Fællesskab, havde han frasolgt det meste af sin jord og købt Færgen Veggerø. Hans søn var derefter blevet beskæftiget

ved færgen, først som altnuligmand, men siden efter at have taget skibsførereksamen som bådfører.

I 1979 døde Jens Larsen, og hans søn og enearving overtog færgen. I 1984 var den gamle færge blevet solgt, og det var anskaffet en ny færge, nemlig Færgen Veggerø. Ved samme lejlighed var der blevet indgået en kontrakt med Fåborg kommune. Den bestod i, at Fåborg kommune havde finansieret 50 pct. af den nye færges anskaffelsespris mod, at der blev oprettet et aktieselskab Færgeselskabet Veggerø A/S, hvor Fåborg kommune fik halvdelen af aktierne. Fåborg kommune ville godt nok dække et underskud af hensyn til den offentlige interesse i en fast sejlads, men ville sikre sig en vetoret imod urimelige priser. "Urimelige priser" var blevet defineret som, at Færgeselskabet måtte fastsætte priserne, så det fik dækket produktionsomkostningerne samt en forrentning på 3 pct. over diskontoen ultimo året af den indskudte kapital.

Denne kontrakt forløb i begyndelsen til begge parter tilfredshed, og i starten gav færgeselskabet et beskedent overskud. Men efterhånden blev den utilfredsstillende især for Fåborg kommune, dels fordi underskuddet voksede, men lige så meget, fordi underskuddet var uden for kommunens kontrol; borgmesteren var træt af at skulle søge om tillægsbevillinger i byrådet. Fåborg kommune var derudover under indflydelse af den almindelige privatiseringstendens, hvortil kom, at den type kontrakter var under angreb fra finansministeriet for ikke at give incitamenter til omkostningsbesparelser.

Fåborg kommune ønskede derfor at træde ud af selskabet mod at betale Lars Larsen et årligt tilskud til driften. I 1998 blev der derfor indgået en ny kontrakt med virkning fra primo 1999, der som et juridisk dokument var ganske omfattende, men hvor de vigtigste bestemmelser var følgende:

- a) Fåborg kommune overdrog sine aktier til Lars Larsen og var dermed ikke længere interessent i færgeselskabet.
- b) Fåborg kommune skulle have tilbagebetalt halvdelen af den bogførte værdi af Færgen Veggerø, opgjort ultimo 1998. Betalingen skulle falde i 10 år med lige store årlige rater.
- c) Færgeselskabet Veggerø A/S ville få et årligt tilskud på 1.324.000 kr. Dette beløb skulle reguleres med reguleringspristallet.
- d) Færgeselskabet skulle forpligte sig til mindst 4 sejlads dagligt mellem Veggerø og Fåborg, og mindst 2 daglige forbindelser mellem Fåborg og Bjørnø, hver dag hele året.
- e) Dersom punkt d ikke blev overholdt, skulle der betales følgende bøder til Fåborg kommune:

3 gennemførte sejlads til Veggerø:	2.000 kr.
2	- - - - : 5.000 kr.
1	- - - - : 8.000 kr.
0	- - - - : 12.000 kr.

Der var dog en undtagelsesbestemmelse, som omfattende bl.a. ekstremt hårdt vejr defineret som stormvarsel fra Meteorologisk Institut.

- f) Der skulle indføres en rabatornning af hensyn til de fastboende, så prisen på et månedskort ikke måtte overstige halvdelen af prisen på 25 daglige sejlads tur/retur.
- g) Kontrakten var uopsigelig fra begge parter side i 10 år. Derefter kunne den opsiges med 1 års varsel.

På regnearket "Færgeselskabet Veggerø A/S" er angivet resultatopgørelse og balance for årene 1998-2002. På regnearket "Takstblad m.v." er der givet dels de gældende priser, dels nogle nøgletal.

*Spørgsmål 1: Diskutér sammenhængen mellem oplysningerne i regnskabet, takstbladet og nøgletallene?*

*Spørgsmål 2a: Giv på det foreliggende grundlag en kortfattet vurdering af denne kontrakt, set fra Lars Larsens side?*

*Spørgsmål 2b: Giv på det foreliggende grundlagen kortfattet vurdering af denne kontrakt, set fra Fåborg kommunes synspunkt?*

I foråret 2003 skulle der udarbejdes en årsrapport, og i den forbindelse skulle der skrives nogle linier om færgeselskabets fremtidsudsigter. Det var Lars Larsen ikke meget for; han plejede at sige, at han var færgemand, og at revisoren måtte tage sig af det økonomiske. Men revisoren havde insisteret på, at det skulle meddeles i regnskabet, at Statens Skibstilsyn havde indført væsentligt strengere regler, og at færgen Veggerø derfor måtte forvente at stå foran en nødvendig hovedeftersyn. Færgen var godt nok købt i 1984, men allerede dengang var den godt 20 år gammel.

På den baggrund henvendte Lars Larsen sig til sin nabo og whistmakker Karl Gotfredsen, som indtil et par år siden havde været en velrenommeret filialbestyrer i Fåborg af Sydbankens filial, men som havde foretrukket at blive førtidspensioneret, da han havde fundet bankens nye regler om performance management utålelige. Gotfredsen ville gerne hjælpe sin nabo, så han gik i gang med at undersøge sagen.

Gotfredsen havde fra sin tid i banken en hel del kontakter til skibsfartsmiljøet i Svendborg, som han ganske u hæmmet trak på. Efter en hel del konsultationer nåede han til, at der reelt var 5 muligheder:

1. Man kunne foretage de krævede reparationer og intet andet. Det ville sikkert koste 100.000 kr. til eftersynet. Statens Skibstilsyn ville sandsynligvis af hensyn til havmiljøet forlange, at færgen fik en ny type bundmaling til en pris af 150.000. Tilsynet ville ligeledes insistere på nyt redningsudstyr til yderligere 100.000.

Selve reparationen i tørdok ville antagelig tage 3 måneder, så det ville blive nødvendigt at leje en anden færge i den periode, og der måtte påregnes en udgift på omkring 200.000 kr./måned for at leje en sådan færge. Så det realistiske var, at det ville koste godt en million kroner til eftersynet, og det endda forudsat, at Statens Skibstilsyn ikke fik flere gode ideer.

Det værste var imidlertid, at disse foranstaltninger ikke ville tage hånd om hovedproblemet, som var, at maskineriet var nedslidt, så færgen sikkert i løbet af nogle få år, formentlig 2-3 år, under alle omstændigheder måtte have en helt ny motor. En ny motor skulle specialfremstilles og ville sikkert koste et sted mellem 4 og 6 millioner kr. Men hvis man gennemførte alle foranstaltningerne, ville færgen sikkert med en lidt forøget normal vedligeholdelse kunne holde i 15-20 år til, d.v.s. i resten af Lars Larsens forventede arbejdsliv.

2. Man kunne købe en ny færge, specielt fremstillet til formålet, fra et skibsværft i Korea. En ny færge ville koste lidt over 3 millioner US dollars og have en levetid på forventet 50 år. En ny færge kunne være klar om et par år, og Statens Skibstilsyn ville sandsynligvis give dispensation fra kravet om eftersyn og reparationer, hvis der dels forelå en bindende kontrakt, dels en erklæring om, at færgen ville blive taget ud af dansk færgedrift, når den nye færge var klar. En ny færge måtte forventes at medføre en besparelse på brændstofforbruget på mindst 40 pct., men den nuværende bemanning på 3 personer, en bådfører, en maskinmester og en matros, ville være

nødvendigt til en færge af den størrelse, så der ville ikke være nævneværdige besparelser på lønkontoen.

En ny færge ville kunne finansieres til en fordelagtig rente i Danmarks Skibsfond til en rente på 4,2 pct. p.a. som et annuitetslån over 20 år for 70 pct. af værdien. Resten måtte finansieres med et almindeligt banklån til omkring 6 pct.

Den gamle færge Veggerø ville ikke have nogen værdi i Skandinavien, men den kunne muligvis sælges til fjernøsten; det ville måske kunne indbringe 100-200.000 \$.

3. Man kunne købe en 8 år gammel færge, som for øjeblikket bar navnet "Kronan", som Gotfredsen havde fundet via sine kontakter. Den var udbudt til salg for 15,5 mill. svenske kroner. Alternativt kunne den lejes i 5 år for 2 millioner svenske kroner pr. år med en forkøbsret om 5 år for 12 millioner svenske kroner.

Kronan havde sejlet i den svenske skærgård og var egentligt ikke særligt velegnet til området, da farvandet i den svenske skærgård og det fynske øhav var ret forskellige. Men såvel Lars Larsen som de andre bådførere var jo rutinerede, så de ville nok normalt kunne klare sejladsen. Det måtte dog påregnes, at i særligt hårdt vejr måtte sejladsen indstilles. Ud fra vejrstatistikken måtte det påregnes at dreje sig om 5-8 dage om året, hvor færgen Veggerø kun havde måttet aflyse enkelte ture i Lars Larsens tid.

Den nye færge kunne forventes at have en levetid på omkring 30 år, måske lidt mere, men man måtte påregne, at motoren kun kunne holde en snes år; da det imidlertid var en standardmotor, kunne en ny motor nok installeres for omkring 3 millioner kr. Da Kronan havde en anden motortype, ville den imidlertid nok bruge mindre brændstof end Veggerø, men til gengæld også noget dyrere brændstof; reelt ville der være en forøgelse i brændstofomkostninger på ca. 10 pct. Kronan var imidlertid noget mindre end Veggerø og maskinen kunne betjenes fra broen, så der var ikke noget krav om en maskinmester, men af hensyn til sikkerheden nok om en matros. Gotfredsen var klar over, at der måske i sommermånederne kunne blive et kapacitetsproblem, men det måtte man se på siden hen.

Det ville imidlertid ikke være muligt at få specielt fordelagtige lån til en sådan færge, så den måtte finansieres med et normalt kreditlån som en annuitet over 15 år til en rente på 5,6 pct. p.a. for 70 pct. af købsværdien. Resten måtte finansieres på normal måde ved opsparing eller banklån. Man kunne nok i Sydbank påregne at få et banklån som en annuitet over 6 år med sekundær pant til 7 pct. Vedrørende afskrivningsplanen ville man være forholdsvist frit stillet; der kunne vælges en tidshorisont på mellem 15 og 25 år.

4. Man kunne anmode Fåborg kommune om en fornyet kontrakt under henvisning til, at den foregående kontrakt stillede Lars Larsen urimeligt dårligt og ikke gav mulighed for at videreføre sin forretning på en rimelig måde. Dette kunne kombineres med en trussel om at lukke færgeselskabet, jfr. nedenfor, hvorefter Fåborg kommune ville være nødt til at leje en erstatningsfærge.

5. Man kunne sammen med en revisor planlægge færgeselskabets ophør. Dette kunne bestå i, at både Lars Larsen og Marie kunne få drastisk forhøjede lønninger, udbetaling af udbytte, ægtepagt m.v. Ud fra lignende situationer var det Gotfredsens erfaring, at ca. halvdelen af egenkapitalen nok kunne overføres til Marie. Ud over de moralske problemer ved en sådan løsning var der også det problem, at hverken Lars Larsen eller Marie kunne være sikre på at få en lønindtægt ved andet arbejde, hvis færgeselskabet ophørte, hvis ikke et nyt færgeselskab ville ansætte dem. Da Havnefogedens Gård var ubelånt, skulle de såmænd nok klare sig, men der måtte jo gerne blive lidt til overs til deres piger.

Gotfredsen hældede mest til løsning 3, men måtte over for sig selv indrømme, at den ikke var uden problemer.

*Spørgsmål 3: Er I enige i, at løsning 3 indtil videre tegner til at være den økonomisk mest fordelagtige løsning?*

For at få et overblik over situationen forestillede Gotfredsen sig, at Veggerø blev solgt og Kronan blev indkøbt lige i begyndelsen af år 2004. Der var ikke blevet betalt selskabsskat i årene 1998-2002 grundet tidligere års skatteforhold, men fremover måtte der regnes med, at der skulle betales normal selskabsskat på 30 pct. af årets overskud.

*Spørgsmål 4: Opstil og kommenter de forventede resultatopgørelser og balancer for år 2003 og 2004 for det tilfælde, at Veggerø blev solgt og Kronan blev købt lige efter d. 1. januar 2004.*

\* \* \* \* \*

Som tidligere nævnt var Gotfredsen godt klar over, at der kunne komme et problem med kapaciteten. Problemet var især, at efterspørgslen ikke var jævnt fordelt over året, men at der var en ophobning i juli måned, således at 30 pct. af trafikken, både af passagerer og transportmidler, lå koncentreret i juli måned, for campingvogne drejede de sig om 50 pct.; langt den overvejende del af trafikken gik imellem Fåborg og Veggerø. Gotfredsen var selvfølgelig godt klar over, at der også var et problem med kapaciteten for den enkelte dag, men hvis folk ville være sikker på at komme med den første færge, måtte de ringe og reservere plads; når folk skulle i biografen, var de heller ikke uden videre garanteret en billet.

Færgen Veggerø kunne transportere 2 campingvogne og 10 biler på en tur, men Kronan, som var godkendt til 70 passagerer, kunne kun transportere 7 biler, idet campingvogne og lastbiler/varevogne kunne omregnes til 2 personbiler. Til gengæld kunne Kronan sejle lidt hurtigere end Veggerø, således at der på en sejlads Fåborg-Veggerø-Bjørnø kunne spares 10 minutter. Det ville dog betyde et ekstra brændstofforbrug på 5 pct.

Den fartplan, som havde været gældende i mange år, så sådan ud:

Fartplan Fåborg-Veggerø-Bjørnø fra 1/6 til 1/9								
Faaborg afgang	5.45	7.50	10.00	12.00	14.00	16.00	18.00	20.00
Veggerø ank./afg.	6.30	8.30	11.10	13.10	15.10	16.30	18.30	21.00
Bjørnø ank./afg.	7.00	9.00	10.40	12.40	14.40	17.00	19.00	20.30

Gotfredsen så 4 muligheder for at løse kapacitetsproblemet:

- a) Omlægning af fartplanen, så Kronans hurtigere hastighed kunne udnyttes
- b) Omlægning af fartplanen, så den blev sejlet en ekstra tur om aftenen
- c) Omlægning af fartplanen, så sejladsen til Bjørnø blev indskrænket til det mindst mulige i henhold til kontrakten. Turen Fåborg-Veggerø-Fåborg ville være ca. 15 minutter hurtigere end sejladsen Fåborg-Bjørnø-Veggerø-Fåborg.<sup>3</sup>
- d) Forhøjelse af priserne for overførsel af varevogne/lastvogne samt campingvogne.

Specielt muligheden for at anvende priserne som rationeringsmiddel var kontroversiel. Det ville vække almindeligt anstød, hvis turprisen på en campingvogn blev sat højere end turprisen på en varevogn/lastvogn. Gotfredsen vidste også, at Lars Larsen ville være bekymret over at sætte for at sætte prisen på varevogne og personvogne op, fordi det altovervejende var de lokale på Veggerø, der blev transporteret. Men Gotfredsen havde en forestilling om, at man kunne indføre en rabatordning for varevogne i form af et klippekort på 10 ture, så de reelt betalte det samme som hidtil, medens campingvognene ikke havde praktisk mulighed for at udnytte et sådant klippekort.

For campingvognene var det en anden sag; det var udensogns turister. Dertil kom, at Lars Larsens datter Irene for nogle år siden havde været løst ansat på den lokale campingplads, men var blevet fyret efter et skænderi med ejeren, så det ville ikke genere Lars Larsen på samme måde at sætte taksten for overførsel af campingvogne op.

Gotfredsen havde selvsagt ikke noget præcis viden om efterspørgslen efter transport for campingvogne, men han vurderede, at der var forhold, der trak i hver sin retning. På den ene side var prisen for overfart kun en mindre del af de samlede omkostninger ved en campingudflugt, og det normale var, at campisterne boede på Veggerø i nogle dage; det trak i retning af en ret lav elasticitet. Men i på den anden side var der mange og nok bedre udstyrede campingpladser rundt om på Sydfyn, så der var reelle alternativer for campisterne. Gotfredsen baserede derfor sine overvejelser på, at antallet af campister med en 50 pct. stigning i prisen ville falde med mindst 25 pct. Da han således kendte to punkter på efterspørgselskurven, ville han være i stand til at beregne, hvor meget prisen skulle sættes op, for at transportbehovet kunne dækkes i juli måned.

*Spørgsmål 5a: Kommenter hver enkelt mulighed.*

*Spørgsmål 5b: Hvilken kombination af muligheder ville I foreslå for at dække transportbehovet i juli måned?*

\* \* \* \* \*

Gotfredsen interesserede sig imidlertid ikke kun for de overordnede linier, men også for den løbende drift. Især havde han øje for to problemstillinger. Den ene var vintersejlplanen fra 1/9 til 31/5, hvor der var 5 daglige sejlads fra Fåborg-Veggerø-Bjørnø. Den første beregning, han foretog sig, var at udregne, hvor meget der kunne spares ved at indskrænke sejladsen i vintersejlplanen til det kontraktmæssige minimum.

---

<sup>3</sup> Gotfredsen spurgte Lars Larsen, hvor mange passagerer, der dagligt kun tog fra Bjørnø til Veggerø uden at skulle til Fåborg, og fik at vide, at det kun drejede sig om 2 personer. For at slippe for vrøvl fra disse to personer tænkte han at give dem gratis månedskort.



*Spørgsmål 6a: Hvor stor er besparelsen ved at indskrænke sejladserne til det kontraktmæssige minimum ved sejladserne for hhv. færgerne Veggerø og færgerne Kronan?*

*Spørgsmål 6b: Hvor meget ville der kunne vindes ved at redefinere begrebet sommerplan, så den trådte i kraft d. 15. juni og endte den 15. august for hhv. færgerne Veggerø og færgerne Kronan?*

Den anden problemstilling var prispolitikken. Godfredsen noterede sig, at priserne for persontrafik havde været uændret i de sidste 5 år. Men han diskuterede sagen længe med sine kontakter i Svendborg, og de nåede til en art konsensus om, at hvis man satte priserne op med 10 kr. for en billet t/r Fåborg, ville det kun betyde et fald i antal solgte returbilletter på 15 pct. i juli måned og 10 pct. i den øvrige tid; når faldet i passagerantal ville være større i juli måned end i det øvrige år, hang det sammen med, at der var en hel del turister, der ikke var bundet til Veggerø/Bjørnø, men også havde alternative udflugtsmål. Godfredsen var godt klar over, at det var et spinkelt materiale, men for dog at få en fornemmelse for tallene udregnede han den optimale pris på en returbillet.

*Spørgsmål 7: Hvad er de optimale priser for en billet t/r Fåborg under de antagelser, som Godfredsen gjorde?*

Nået så langt inviterede Godfredsen sine naboer over til stegte rødspætter og rabarbertærter. Efter middag viste han dem resultaterne. Lars Larsen blev både glad og bekymret. Glad, fordi der trods alt var et håb, men også bekymret, især af 2 grunde. For det første syntes han, at det var ganske risikabelt at indkøbe en færge til et tocifret millionbeløb, som han ikke kendte, og som ikke havde samme sejlegenskaber som Veggerø. For det andet var han bekymret over, om de fremsatte forslag ville være for provokerende set i forhold til Fåborg kommune. Når alt kom til alt, fik han jo et betydeligt driftstilskud dækket af Fåborg kommune, og han var bange for, at hvis kommunen blev for irriteret på ham, ville det være vanskeligt at få forlænget kontrakten. Han frygtede, at han ville stå i januar 2009 med en opsagt kontrakt og en færge, som han ikke kunne sælge til en blot nogenlunde fornuftig pris.

Godfredsen kunne godt forstå denne bekymring, men var ikke selv så bekymret som Lars Larsen, fordi han mente, at Fåborg kommune måske godt kunne være irriterede, men på den anden side skulle have dækket deres lokale transportbehov, og det kunne næppe gøres billigere ved en anden leverandør. Han mente i øvrigt også, at når Fåborg kommune havde sat tilskuddet ned, bl.a. med den begrundelse, at Lars Larsen nu ville få mulighed for at rationalisere sin drift, måtte kommunen også være forberedt på, at det ville ske. Men for at belyse sagen lavede han 3 scenarier:

1. Det første scenario, som han selv mente var mest realistisk, var, at Lars Larsen købte Kronan, indførte ændringer i sejltider, sejlplaner og billetpriser samt tilrettelagde en optimal afskrivningsplan for færgeselskabet. Han antog, at kontrakten ville blive forlænget i uændret skikkelse i år 2009, og anlagde en tidshorisont til år 2017, hvor Lars Larsen og Marie ville gå på pension. Han regnede med, at medens Færgeselskabet ikke havde betalt skat hidtil, ville det komme til at betale normal selskabsskat på 30 pct.; et underskud fra tidligere år ville dog kunne modregnes i selskabets skattepligtige indkomst. Godfredsen mente, at man fik det mest realistiske billede ved ikke at spekulere for meget i afskrivningsregler, så han foretog afskrivningen af Kronan over 25 år; revisoren kunne så senere lave et måske mere fordelagtigt skatteregnskab. Han mente ikke, at der var nogen grund til at betale udbytte, så længe Lars og Marie Larsen hver havde deres arbejde i færgeselskabet.

2. Det andet scenario bestod i antagelser som under 1, men indførte en forudsætning om, at Fåborg kommune ville nedsætte sit tilskud (eller ville stille lignende økonomiske betingelser, som kunne ækvivalere dette) til halvdelen fra år 2009.

3. Det tredje scenario bestod i det værst tænkelige, nemlig at Fåborg kommune ville nægte at forlænge kontrakten med Lars Larsen efter år 2009. Færgen Kronan forestillede han sig så ville blive solgt til to tredjedele af indkøbsprisen.

*Spørgsmål 8: Giv en vurdering af Lars Larsens situation ved pensionstidspunktet for hvert af de 3 scenarier.*

*Spørgsmål 9: Synes I, at de 3 scenarier giver en rimelig dækning af fremtidsmulighederne, eller kunne I forestille jer andre scenarier?*

*Spørgsmål 10: Synes I, alt taget i betragtning, at der er basis for, at Lars Larsen som tak tilbyder at forårsgrave Gotfredsens have?*

## Færgeselskabet Veggerø

### Resultatoppgørelse

Resultatoppgørelse	1998	1999	2000	2001	2002
<b>Nettoomsætning</b>					
Passagerer	2.190.000	2.413.000	2.301.000	2.190.000	2.306.000
Autotransport m.v.	1.072.100	1.088.100	1.082.100	1.092.100	1.098.100
Gods og post	76.000	74.000	75.000	77.000	79.000
<b>I alt nettoomsætning</b>	<b>3.338.100</b>	<b>3.575.100</b>	<b>3.458.100</b>	<b>3.359.100</b>	<b>3.483.100</b>
Omkostninger					
Løn					
Bådførere	956.800	1.006.720	940.160	969.280	981.700
Matroser	748.800	773.760	688.480	725.920	730.000
Maskinmestre	832.000	861.120	823.680	836.160	854.800
Anden assistance	280.800	288.600	278.200	306.800	318.800
Løn i alt	2.818.400	2.930.200	2.730.520	2.838.160	2.885.300
Brændstof	940.000	970.000	890.000	840.000	924.000
Maling og småreparationer	235.000	242.000	225.000	233.000	238.000
Administration og forsikring	414.000	422.000	435.000	443.000	453.000
Omkostninger i alt	4.407.400	4.564.200	4.280.520	4.354.160	4.500.100
<b>Indtjeningsbidrag</b>	<b>-1.069.300</b>	<b>-989.100</b>	<b>-822.420</b>	<b>-995.060</b>	<b>-1.017.000</b>
Afskrivning på Færgen Veggerø	530.000	530.000	530.000	530.000	530.000
Andre afskrivninger	32.000	31.600	24.000	25.000	29.000
<b>Resultat før renter</b>	<b>-1.631.300</b>	<b>-1.550.700</b>	<b>-1.376.420</b>	<b>-1.550.060</b>	<b>-1.576.000</b>
Nettorenter	85.800	71.500	83.510	107.877	123.500
<b>Ordinært resultat før tilskud</b>	<b>-1.545.500</b>	<b>-1.479.200</b>	<b>-1.292.910</b>	<b>-1.442.183</b>	<b>-1.452.500</b>
Tilskud fra Fåborg kommune	1.822.582	1.324.000	1.354.452	1.382.895	1.413.500
<b>Ordinært resultat</b>	<b>277.082</b>	<b>-155.200</b>	<b>61.542</b>	<b>-59.287</b>	<b>-39.000</b>

	Balance				
	1998	1999	2000	2001	2002
<b>Aktiver</b>					
<b>Anlægsaktiver</b>					
Færge <sup>1</sup>	2.650.000	2.120.000	1.590.000	1.060.000	530.000
Andet driftsmateriel <sup>2</sup>	204.000	189.400	165.400	185.400	188.400
<b>I alt</b>	<b>2.854.000</b>	<b>2.309.400</b>	<b>1.755.400</b>	<b>1.245.400</b>	<b>718.400</b>
<b>Omsætningsaktiver</b>					
Tilgodehavender	14.000	12.500	17.700	8.500	12.000
Likvide beholdninger	1.430.000	1.670.200	2.157.542	2.475.355	2.825.222
<b>I alt omsætningsaktiver</b>	<b>1.444.000</b>	<b>1.682.700</b>	<b>2.175.242</b>	<b>2.483.855</b>	<b>2.837.222</b>
<b>Samlede aktiver</b>	<b>4.298.000</b>	<b>3.992.100</b>	<b>3.930.642</b>	<b>3.729.255</b>	<b>3.555.622</b>
<b>Passiver</b>					
Aktiekapital	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000
Reserver	3.262.800	3.262.800	1.844.142	1.784.855	1.745.822
Egenkapital primo	4.262.800	4.262.800	2.782.600	2.844.142	2.784.855
Årets overskud	277.082	-155.200	61.542	-59.287	-39.033
Hensat til udbytte	277.082	0	0	0	0
<b>Egenkapital i alt</b>	<b>4.262.800</b>	<b>2.782.600</b>	<b>2.844.142</b>	<b>2.784.855</b>	<b>2.745.822</b>
Gæld til Fåborg kommune	0	1.192.500	1.060.000	927.500	795.000
Kassekredit til Sydbank	35.200	17.000	26.500	16.900	14.800
Gæld i alt	35.200	1.209.500	1.086.500	944.400	809.800
<b>Passiver i alt</b>	<b>4.298.000</b>	<b>3.992.100</b>	<b>3.930.642</b>	<b>3.729.255</b>	<b>3.555.622</b>
<b>Note 1:</b>					
Anskaffelseskost 1/1	10.600.000	10.600.000	10.600.000	10.600.000	10.600.000
Tilgang til anskaffelser	0	0	0	0	0
Afgang til anskaffelseskost	0	0	0	0	0
Anskaffelseskost 31/12	10.600.000	10.600.000	10.600.000	10.600.000	10.600.000
Opskrivninger	0	0	0	0	0
Akkumulerede afskrivninger 1/1	7.420.000	7.950.000	8.480.000	9.010.000	9.540.000
Årets afskrivning	530.000	530.000	530.000	530.000	530.000
Afskrivninger 31/12	7.950.000	8.480.000	9.010.000	9.540.000	10.070.000
Bogført værdi 31/12	2.650.000	2.120.000	1.590.000	1.060.000	530.000
<b>Note 2:</b>					
Specifikation af andet driftsmateriel					
Bogført værdi primo året	236.000	204.000	189.400	165.400	185.400
Årets tilgang	0	17.000	0	45.000	32.000
Årets afskrivninger	32.000	31.600	24.000	25.000	29.000
Bogført værdi ultimo året	204.000	189.400	165.400	185.400	188.400
Der benyttes lineære afskrivninger mellem 5 og 10 år.					

<b>Takstblad 2002<sup>1</sup></b>		
	Enkelt	T/R Fåborg
	kr.	kr.
Personbillet voksen	50,00	85,00
Personbillet barn (<15år)	40,00	50,00
Månedskort voksen	1000,00	
Måneskort barn	300,00	
Cykel/Barnevogn	15,00	25,00
Cykelanhænger	10,00	15,00
Motorcykel/scooter	45,00	70,00
Motorcykel med sidevogn	65,00	95,00
Trailer/combicamp	80,00	115,00
Personbil eks. Fører	90,00	140,00
Varevogn/lastvogn eks. Fører	120,00	165,00
Campingvogn	120,00	165,00

**Note 1:** Takstbladet havde været gældende siden 1999.  
Taksterne var fra 1998 til 1999 blevet forøget med  
i gennemsnit 5 pct.  
På grund af en særlig regel om transport til småøer var  
færgeselskabet fritaget for moms.

<b>Nøgletal</b>					
	<b>1998</b>	<b>1999</b>	<b>2000</b>	<b>2001</b>	<b>2002</b>
Passagerer i alt <sup>1</sup>	102.403	101.612	99.856	99.456	101.230
Antal månedskort	1.940	1.910	1.870	1.862	1.880
Antal lastbiler <sup>1</sup>	2.012	2.030	2.140	2.240	2.310
Antal personbiler	8.140	8.030	7.940	7.990	8.230
Antal Campingvogne <sup>1</sup>	640	670	710	730	1.240
Antal cykler <sup>1</sup>	14.230	14.780	15.121	15.238	16.011

**Note 1:** Der regnes i ture til og fra Fåborg.

# Målsøgerfunktionen

**Målsøgerfunktionen** i Excel har en række anvendelser, der også rækker ud over den typiske erhvervsøkonomiske anvendelse. Bemærkninger om disse anvendelser skal ses som et led i samarbejdet mellem fagene på 1'årsprøve.

## 1. Standardanvendelsen.

På projektmappen "Eksempler på målsøgningsfunktionen" vil I som en start kunne se den typiske anvendelse.

I dette eksempel forestiller vi os en virksomhed, der overvejer at investere 200.000 kr, som vil give en omsætningsforøgelse på 500.000 det første år med en stigning på 5 pct. om året i 5 år. Samtidig får vi en stigning i diverse omkostninger på 180.000 med en stigning ligeledes på 5 pct. om året. Lønomkostningerne stiger med 200.000 og vi antager foreløbigt, at lønstigningstakten er 6 pct. om året.

Så langt ligner det en helt almindelig investeringskalkule, og vi kan let beregne det årlige overskud og det tilbagediskonterede årlige overskud (Kalkulationsrenten 8 %).

Kapitalværdien af investeringen bliver 226.500.

Men lad os nu - helt realistisk - antage, at vi er usikre på den fremtidige lønstigningstakt. Den er sat til 6 pct., men kunne jo også blive f.eks. 8. Det kan vi jo naturligvis løse ved at beregne kapitalværdien for f.eks. lønstigningssatserne fra 1 til 12 pct. Men det giver 12 forskellige udregninger. Noget smartere er det at bruge målsøgningsfunktionen. Se det første ark på vedlagte projektmappe "Standardeksempel".

## 2. Anvendelse på simple matematiske problemer.

Men målsøgningsfunktionen har langt videre anvendelser.

På regnearket "Målsøgningsfunktionen" viser vi, hvorledes den finder løsningen til et 3'grads polynomium.

### **3. Anvendelse af mere komplicerede matematiske funktioner.**

Dette afsnit er på en vis måde et indskud. Det tilsigter at lære dig at anvende de matematiske funktioner i Excel, helt uafhængigt af målsøgningsfunktionen.

**Problemet:** Find den naturlige logaritme til 3,22, altså  $\ln 3,22$ .

Dette kan man naturligvis finde i en lommeregner, men så kan man ikke arbejde videre med tallet.

Så kig på regnearket "Matematiske funktioner". Her står fremgangsmåden forklaret.

Nu har du muligheden for at arbejde med en lang række matematiske funktioner.

### **4. Eksempel på løsning af en matematisk ligning med "grimme" egenskaber.**

**Lad os antage, at du skal løse ligningen**

$$x + 3^x + e^{2x} = 20$$

Den har ikke en eksplicit løsning. Men prøv "målsøgning" på arket "Ligninger".

Med lidt øvelse tager det ingen tid.

### **5. Advarsel: Målsøgning kan ikke erstatte hverken matematik eller tankevirksomhed.**

Målsøgningsfunktionen finder måske en løsning, men det garanterer ikke, at der ikke kan være flere løsninger. Ligningen  $(x-2)(x-3) = 0$  har naturligvis rødderne 2 og 3. Men det afhænger helt af, hvilken startværdi, man gætter på, om man får udskrevet 2 eller 3.

Så selv om Målsøgning finder en løsning, må man overveje, om den er entydig. Dette kan gøres enten analytisk eller ved simpelthen at finde funktionens værdier i det relevante interval og tegne den.

Kort sagt, målsøgning er nyttig til simple, om end måske tidskrævende opgaver. Mere udviklede problemer kræver mere avancerede programmer og tankevirksomhed. Men principperne er de samme.

## Note om optimering.

### A. Kortsigtet profitmaksimering.

Kortsigtet profitmaksimering er den almindelige antagelse i ganske meget teori om optimering.

Vi har per definition, at profitten  $\Pi$  er lig med den samlede omsætning TR minus de samlede omkostninger TC, som begge er funktionen af den producerede = solgte mængde  $x$ .

$$\Pi = TR(x) - TC(x)$$

$$\text{For optimum kræves } \frac{d\Pi}{dx} = 0$$

$$(1) \quad \frac{d\Pi}{dx} = \frac{dTR(x)}{dx} - \frac{dTC(x)}{dx} \equiv MR(x) - MC(x) = 0$$

$$MR(x) = MC(x)$$

og dermed har vi den helt generelle regel, at hvis funktionerne er differentiable, er det en nødvendig betingelse, at *grænseomsætningen i optimum skal være lig med grænseomkostningerne*.

Bemærk, at reglen kun gælder, hvis omkostningsfunktionen er differentiabel, hvad den ikke er, hvis der forekommer springvist variable omkostninger. I så fald vil omkostningsoptimum forekomme enten som  $x_{\text{opt}}$  eller for en af de værdier, hvor der optræder spring.

Denne generelle regel kan så uddybes med konkrete antagelser.

#### 1. Vareprisen er konstant.

At vareprisen er konstant indebærer, at  $TR = p \cdot x$ .

Vi kan skrive profitten som

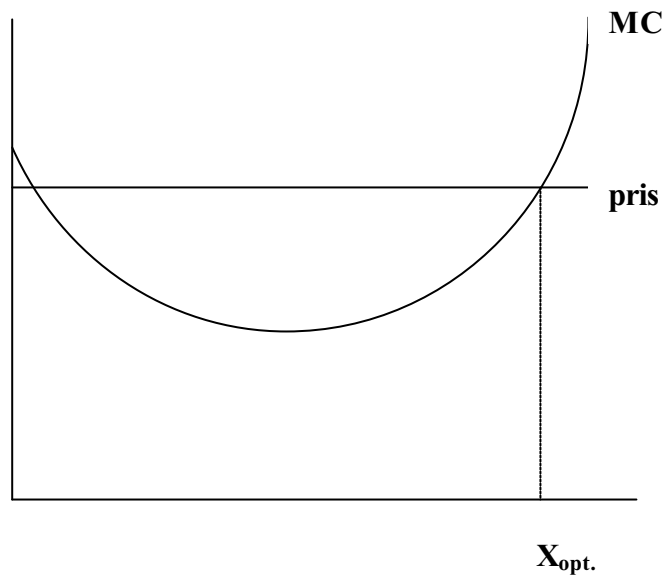
$$\Pi = TR - TC = p \cdot x - TC(x)$$

$$\frac{d\Pi}{dx} = p - \frac{dTC(x)}{dx} = p - MC(x) = 0$$

og dermed den kendte regel fra bl.a. fuldkommen konkurrence, at pris skal være lig grænseomkostninger i optimum, se illustrationen nedenfor.

Kender vi omkostningskurven og vareprisen, kan vi umiddelbart beregne den optimale mængde i Excel. Men bemærk, at vi benytter ikke reglen ved udregningen i Excel. Vi opstiller  $\Pi = TR - TC$  og anvender  $x$  som handlingsvariabel. Da Excel finder maksimum så at sige automatisk, kan vi benytte reglen som kontrol.





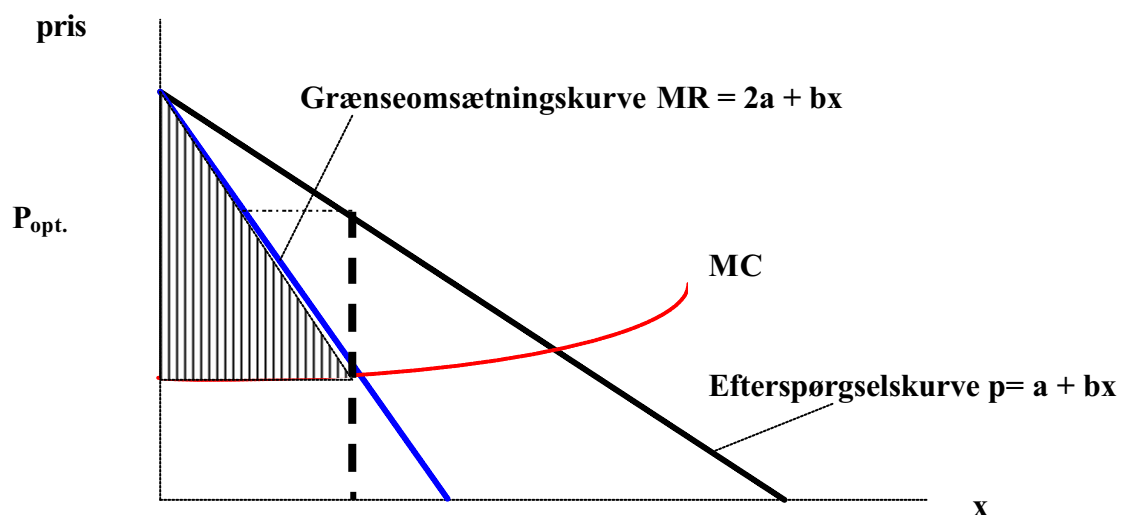
**2. Virksomheden står over for en faldende efterspørgselskurve (Monopolmodellen).**

Lad efterspørgselskurven være lineær og skrevet på invers form  $p = ax + b$ . Vi får

$$\Pi = (ax + b) * x - TC(x) = ax^2 + bx - TC(x)$$

$$\frac{d\Pi}{dx} = 2ax + b - MC(x) = 0$$

Vi får altså, at grænseomsætningen MR bliver en faldende kurve, der afskærer det samme stykke  $b$  på Y-aksen, men har den dobbelte (negative) hældning. Grafisk kan dette illustreres som følger:



Det skraverede areal bliver lig med virksomhedens dækningsbidrag.

Hvis man skal løse et problem Excel, opstiller man profitfunktionen med  $\pi = TR - TC$  og maksimerer. Betingelsen  $MR = MC$  kan så anvendes til kontrol.

### 3. Prisdifferentiering.

Lad et monopol stå over for 2 adskilte markeder, begge med en faldende efterspørgselskurve:

Marked 1:  $p_1 = a_1 + b_1x$  og

Marked 2:  $p_2 = a_2 + b_2x$

Vi får

$$\Pi(x_1, x_2) = (a_1 + b_1x_1) * x_1 + (a_2 + b_2x_2) * x_2 - TC(x)$$

$$x = x_1 + x_2$$

$$\frac{d\Pi}{dx_1} = a_1 + 2b_1x_1 + \frac{dTC(x)}{dx_1} = 0$$

$$\frac{d\Pi}{dx_2} = a_2 + 2b_2x_2 + \frac{dTC(x)}{dx_2} = 0$$

Men vi har, at

$$\frac{dTC(x)}{dx_1} = \frac{dTC(x)}{dx} * \frac{dx}{dx_1} = MC(x) * 1 = MC(x) \text{ og tilsvarende for } x_2,$$

$$\text{da } \frac{dx}{dx_1} = \frac{d(x_1 + x_2)}{dx} = 1$$

Dermed fås i optimum, at  $MR_1 = MC = MR_2$  eller i ord

Grænseomsætningen på det ene marked skal i optimum være lig med grænseomsætningen på det andet marked og lig de fælles grænseomkostninger.

Bemærk, at vi i ovenstående differentierer partielt, da vi i princippet har 2 variable  $x_1$  og  $x_2$ , der kan varieres uafhængigt af hinanden.

Hvis efterspørgselskurverne ikke er identiske, vil vi dermed få to forskellige priser på de to markeder.

Hvis vi skal maksimere et sådant problem i Excel, har vi to beslutningsvariable, nemlig  $x_1$  og  $x_2$ , hvortil kommer, at de samlede omkostninger er en funktion af  $x = x_1 + x_2$ . Betingelsen  $MR_1 = MR_2 = MC$  kan anvendes til kontrol.

### B. Langsigtet profitmaksimering.

Kortsigtet profitmaksimering indebærer ikke nødvendigvis, at også den langsigtede profit for virksomheden bliver maksimeret. Dertil kræves yderligere, at de enkelte perioder er uafhængige af hinanden. Men det er de ikke, hvis virksomheden f.eks. har learning by doing effekter, hvorved omkostningerne i den ene periode afhænger af produktionsniveauet i tidligere perioder. Eller hvis omsætningen i den ene periode afhænger af omsætningen i den anden periode.

Hvis der er tale om afhængighed mellem perioderne, må man lave en samlet opstilling for den relevante tidshorisont og tilbagediskontere til tidspunkt 0.

### C. Alternative til profitmaksimering.

Den normale antagelse i erhvervsøkonomi er profitmaksimering. Dette skyldes delvist et ønske om at gøre erhvervsøkonomi til en *normativ videnskab*: Hvis virksomheden ønsker at maksimere profitten, skal den gøre sådan og sådan; erhvervsøkonomi giver dermed opskrifter på, hvordan virksomheden skal bære sig ad. En anden væsentlig baggrund for den præcise antagelse om profitmaksimering er, at der dermed kan udledes præcise konklusioner om de behandlede problemer.

I nationaløkonomi er forudsætningen normalt, at virksomhederne profitmaksimerer, ikke ud fra et ønske om at gøre nationaløkonomi til en *normativ videnskab*, men simpelthen fordi det typisk er den mest realistiske beskrivelse. Forudsætningen om profitmaksimering er dermed *deskriptiv*; det er, hvad de fleste virksomheder normalt gør. Principielt bliver forudsætningen om profitmaksimering dermed et empirisk spørgsmål: Er det rent faktisk sådan, at de fleste virksomheder opfører sig?

Den økonomiske teori med dens karakteristiske analytiske indfaldsvinkel står og falder imidlertid ikke med antagelsen om profitmaksimering. Der kan sagtens opstilles alternativer til profitmaksimering, der kan give lige så præcise resultater som profitmaksimering. F.eks.:

**Omsætningsmaksimering**, hvor virksomheden maksimerer omsætningen.

Begrundelsen kunne f.eks. være, at virksomhedens profit er svært målelig på kort sigt, medens omsætningstallene normalt er pålidelige og foreligger hurtigt. Hvis en direktør de facto er aflønnet efter omsætningen, bliver omsætningsmaksimering ikke nogen urealistisk mulighed; til tider omtalt i pressen som ”vækstsyge” eller lignende.

**Aktieaflønnig**, hvor virksomhedens medarbejdere ikke modtager løn, men derimod en andel af virksomhedens overskud. Det har den konsekvens, at virksomheden ikke får normale lønomkostninger, hvorfor grænseomkostningskurven vil blive skubbet nedad set i forhold til en profitmaksimerende virksomhed.

**Medarbejderstyrede virksomheder**,<sup>4</sup> hvor medarbejderne som ved aktieaflønnig ikke modtager løn, hvorfor lønomkostningerne ikke er med i omkostningsfunktionen, men hvor medarbejderne antages at have ret til at bestemme antallet af medarbejdere (i modsætning til aktieaflønnig). Det formuleres normalt som, at man maksimerer bruttofortjenesten pr. medarbejder.

**Hvile i sig selv princippet.** For en del virksomheder, især i kommunalt regi, er det et krav, at de skal hvile i sig selv, d.v.s. hverken give overskud eller underskud, hvorfor vi nødvendigvis må have, at  $\pi = 0$  og derfor  $TR = TC$ . Princippet kendes også for en lang række foreninger og klubber.

Alle disse alternativer, og flere kunne fremføres, ses undertiden i virkeligheden, men er trods alt så tilpas sjældent forekommende, at de betragtes mere som undtagelser end som regler.

---

<sup>4</sup> til tider kaldet *Illyriske virksomheder* efter Illyrien, et område i det tidligere Jugoslavien. Det tidligere Jugoslavien var kendt for medarbejderstyrede virksomheder, og Illyrien var det navn, som romerne kaldte (en del af) Jugoslavien.

## En note om lineær programmering

Lineær programmering, eller LP-modeller, som de ofte kaldes, var en metode, der blev udviklet i 50'erne og 60'erne. I Danmark var især Sven Danø, professor i driftsøkonomi ved Københavns Universitet, medvirkende til udbredelsen af metoden. Som et blandt mange eksempler kan man forestille sig følgende situation:

En virksomhed har en produktion af to forskellige produkter A og B, som begge skal undergå behandling på to 3 forskellige maskiner, M1, M2 og M3.

**Maskine 1:** Vare A kræver 1 times maskintid og  
vare B kræver 2 timers maskintid

Der er ialt 300.000 maskintimer til rådighed

**Maskine 2** vare A kræver 1 times maskintid, og  
vare B kræver 1 times maskintid,

Der er ialt 200.000 maskintimer til rådighed

**Maskine 3:** Vare A kræver 3 times maskintid  
vare B kræver 2 timers maskintid

Der er ialt 550.000 maskintimer til rådighed.

**Dækningsbidrag:**

Vare A: 6 kr.

Vare B: 5 kr.

Det økonomiske problem består i, at vare A giver det højeste dækningsbidrag, men beslaglægger også mere maskintid per enhed, især på maskine 3. Uden systematik er det svært at overskue problemets løsning.

Lad os derfor stille det formelt op. Vi vil maksimere en målfunktion, der består af summen af dækningsbidragene fra de to produktioner, altså summen af dækningsbidraget fra A, d.v.s.  $6 \cdot A$ , hvor A er det faktiske antal producerede enheder, og dækningsbidraget fra B, altså  $5 \cdot B$ , hvor B er det faktiske antal enheder. Formelt skrives dette som

$$\text{MAKS: } 6 \cdot A + 5 \cdot B$$

under nogle bibetingelser. Den første maskine giver *bibetingelsen* eller *restriktionen*, at  $A + 2 \cdot B \leq 300.000$ . Vi regner i timer, og har ikke mere end 300.000 timer til rådighed. Det er vigtigt at notere sig ulighedstegnet, for vi kan godt lade en maskine stå ledig (selv om det alt andet lige er uøkonomisk), men vi kan ikke bruge flere maskintimer, end vi har. Bemærk, at sådanne tekniske koefficienter, der mere eller mindre eksplicit bliver antaget konstante, bevirker, at restriktionen

bliver lineær. Tilsvarende udtryk får vi for de to andre maskiner. Formelt skriver vi, at vi vil maksimere målfunktionen under bibetingelserne, som

$$\begin{array}{ll}
 \text{SUB: } 1 \cdot A + 2 \cdot B \leq 300.000 & \text{(svarende til maskine 1)} \\
 1 \cdot A + 1 \cdot B \leq 200.000 & \text{(svarende til maskine 2)} \\
 3 \cdot A + 2 \cdot B \leq 550.000 & \text{(svarende til maskine 3)} \\
 A \geq 0 & \text{(Produktionen af A kan ikke blive negativ)} \\
 B \geq 0 & \text{(Produktionen af B kan ikke blive negativ)}
 \end{array}$$

I den generelle udformning kan der være  $m$  restriktioner (maskiner) og  $n$  varer, hvor vare  $i$  giver dækningsbidraget  $d_i$ . D.v.s. at vi får

$$\begin{array}{l}
 \text{MAX: } \sum_{i=1}^n d_i \cdot x_i \\
 \text{SUB: } a_{11} x_1 + \dots + a_{1n} x_n \leq b_1 \\
 \dots\dots\dots \\
 \dots\dots\dots \\
 a_{m1} x_1 + \dots + a_{mn} x_m \leq b_m
 \end{array}$$

Eller i mere kompakt matrixnotation

$$\begin{array}{l}
 \text{MAX: } \mathbf{d} \cdot \mathbf{x} \\
 \text{SUB: } \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \leq \mathbf{b} \quad ,
 \end{array}$$

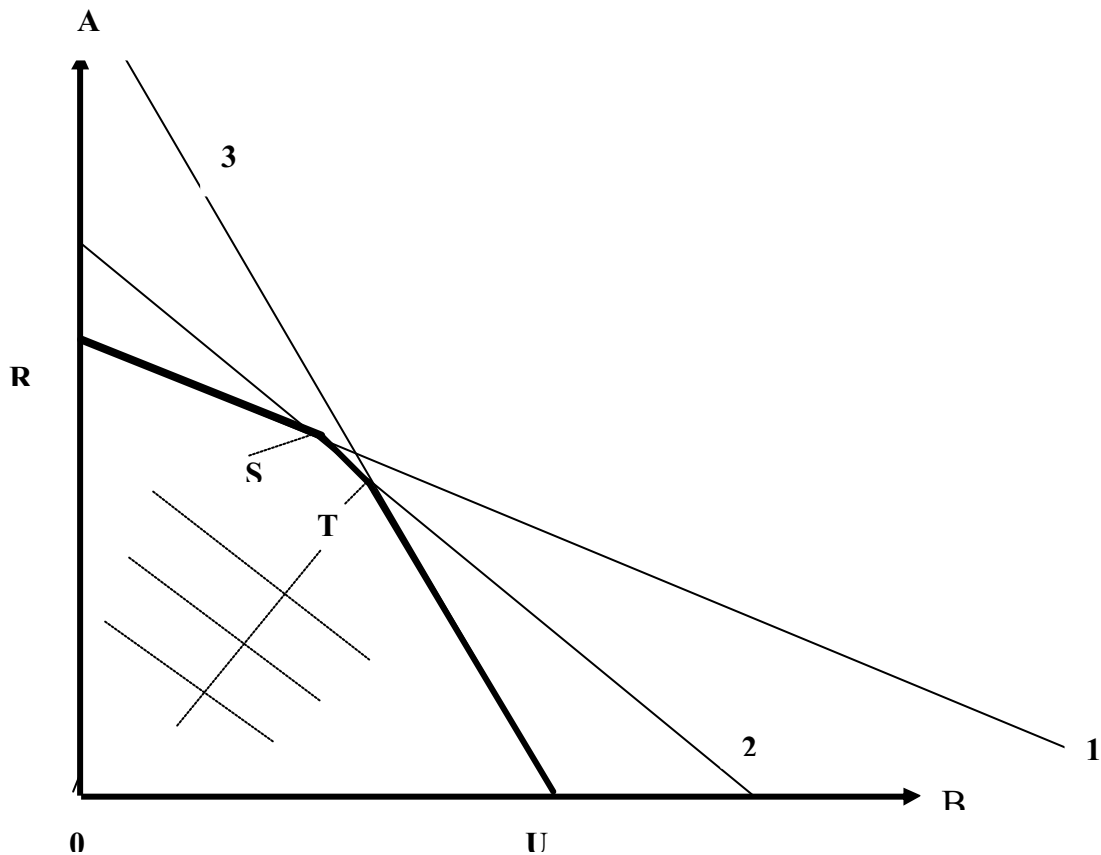
hvor  $\mathbf{d}$  er en  $n$ 'dimensional rækkevektor,  $\mathbf{x}$  er en  $n$ 'dimensional søjlevektor,  $\mathbf{A}$  er en  $(m,n)$  matrix og  $\mathbf{b}$  er en  $m$ 'dimensional søjlevektor.

Her angiver  $\{a_{ij}\}$  den mængde (maskin)timer, der er nødvendig for vare  $i$  ved maskine  $j$ ; de kaldes ofte *de tekniske koefficienter*. Der er intet i vejen for, at nogle af dem kan være nul, men de kan selvfølgelig ikke blive negative.  $b_j$  angiver maskinkapaciteten for maskine  $j$ ,  $j = 1, \dots, m$ . Lineær programmering består således i at maksimere en lineær funktion, målfunktionen, som også kan have andre navne såsom kriteriefunktionen eller mere konkret f.eks. dækningsbidragsfunktionen, under et sæt af lineære uligheder.

I nogle situationer er der tale om et minimeringsproblem, men principperne er de samme.

**Tovareillustration.** Hvis der kun er 2 varer A og B, kan LP problemet gives en meget oplysende grafisk illustration.

Vi tegner en figur med A og B ud af akserne.



**Figur 1.** Restriktionerne afgrænser en polygon.

På figuren er der indtegnet 3 restriktioner. Vi kan højst producere inden for hver restriktion, så vi må ligge på eller nedenfor alle 3 linier. Det betyder, at vores *mulighedsområde* for produktionen blive afgrænset af markerede polygon ORSTU, som består af en række endepunkter, hvor to restriktioner skærer hinanden, forbundet med rette linier.

Spørgsmålet er så, hvilket punkt vi skal vælge, når vi skal vælge os et punkt enten inden for eller på randen af denne polygon.

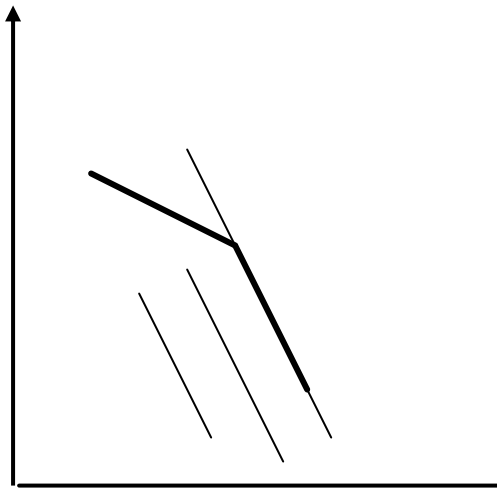
Da målfunktionen er lineær i A og B, vil en k pct. forøgelse af både A og B give en k pct. forøgelse af dækningsbidraget. Det vil derfor aldrig kunne betale sig at producere inden for randen af mulighedsområdet. I eksemplet ovenfor med 2 varer havde vi, at det samlede dækningsbidrag D var

$$D = 6 \cdot A + 5 \cdot B \quad \text{eller}$$

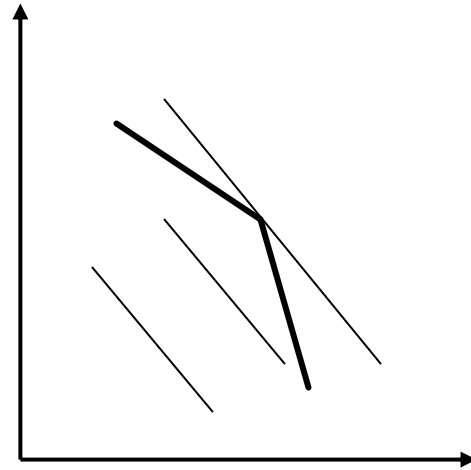
$$A = D/6 - 5/6 \cdot B$$

Vores målsætningsfunktion er altså en linie med hældningen  $-5/6$ , der skal forskubbes så langt ud mod højre som muligt, hvorved  $D/6$  og dermed D bliver så stor som muligt. På figuren er denne ligning illustreret med 3 stiplede linier, som skal forskydes ud mod randen så langt som muligt i

pilens retning (vinkelret på de 3 stiplede linier). Der er nu to muligheder: Enten er denne linie parallel med en af linierne (fig 2a), eller også vil den komme til at ligge og vippe på et endepunkt (fig. 2b).



Figur 2a



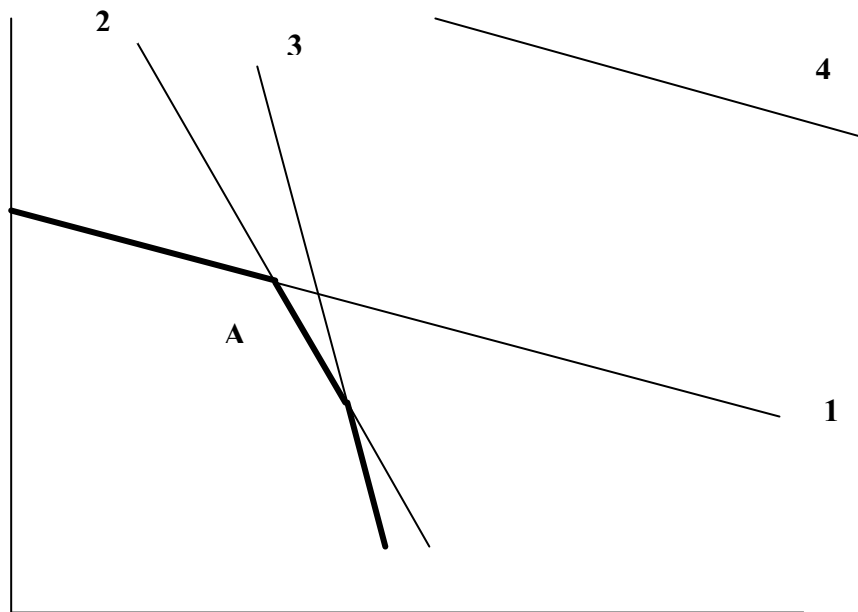
Figur 2b

På figur 2a og 2b er kun vist et udsnit af mulighedsområdet. Den afgørende pointe er, at på figur 2b er der ingen tvivl, endepunktet er det punkt, vi længst kan forskyde dækningsbidragslinien til, og dermed det optimale punkt. Men på figur 2a vil godt nok alle punkter, der sammenfalder med dækningsbidragslinien, i princippet være lige gode, men også endepunktet vil være lige så godt. *Vi behøver altså ikke undersøge alle punkter på randen af figuren, men kan nøjes med undersøge endepunkterne.* På figur 1 svarer det til, at den optimale løsning må være et af punkterne R, S, T, U. Der kan i hvert fald ikke findes nogen bedre løsning.

Denne egenskab ved LP var baggrunden for en ofte anvendt *algoritme* eller beregningsmetode, som blev kaldt SIMPLEX-metoden, og som løst sagt bestod i at undersøge endepunkterne efter en nærmere bestemt fremgangsmåde.

Udviklingen inden for EDB har imidlertid bevirket, at der ikke længere er det samme behov for at beskæftige sig med detaljerne i den algoritme, da der findes en lang række programmer til at løse LP problemer med, så vi vil her mere koncentrere os om at vise, hvordan man i praksis kan løse LP problemer. I næste afsnit skal vi konkret vise, hvordan LP problemer kan formuleres **og løses** i Excel, selv om mere professionelle anvendelser utvivlsomt vil anvende et egentligt LP-program. Men forinden er der grund til at fremhæve nogle særlige egenskaber ved løsningen.

**Bindende og ikke-bindende restriktioner.** Betragt figuren nedenfor



Der er indtegnet 4 restriktioner. Hvis det optimale punkt er A, fremkommet ved en skæring mellem restriktion 1 og restriktion 2, ses det klart af figuren, at restriktion 3 konkret ikke har nogen betydning for den optimale løsning; vi siger, at den er *ikke-bindende*. Omvendt er restriktion 1 og 2 bindende. For en *bindende* restriktion gælder, at lighedstegnet i optimum er opfyldt, medens det strenge ulighedstegn  $<$  gælder for den ikke-bindende restriktion. Restriktion 4 er aldrig bindende - den er tegnet parallelt med restriktion 1 og kunne svare til en restriktion  $A+2B \leq 600.000$ ; en sådan restriktion ligger helt uden for restriktion 1. Det vil imidlertid ofte være sådan, at om en restriktion er bindende eller ej, vil afhænge ikke kun af restriktionen selv, men af såvel koefficientmatricen af tekniske koefficienter som af de koefficienter - "de relative priser" - der indgår i målfunktionen. Hvis man ændrede de relative priser, kunne restriktion 3 blive bindende, medens f.eks. restriktion 1 ikke ville blive bindende.

En bindende restriktion  $j$  lægger pr. definition bånd på vores handlinger, så hvis vi løser bindingen, d.v.s. forøger  $b_j$ , vil vi også forøge vores dækningsbidrag D.

Som en illustration kan tages eksemplet ovenfor med 2 varer, hvor den optimale produktionsomfang viser sig at blive bestemt af de to bindende restriktioner 2 og 3, se nedenfor, medens restriktion 1 er ikke-bindende. Vi kan altså opfatte situationen således, at vi finder optimum ved hjælp af at maksimere dækningsbidraget under bibetingelserne 2 og 3, idet der anvendes lighedstegn. Vi danner på sædvanlig facon Lagrangefunktionen L med de tilhørende multiplikatorer  $\mathbf{8}$  og  $\mathbf{(}$  og differentierer.

$$L = 6 A + 5 B - \mathbf{8} (A+B-200.000) - ((3A + 2B - 550.000)$$



$$\begin{aligned} \partial L / \partial A &= 6 - \mathbf{8} - 3\mathbf{C} = 0 \\ \partial L / \partial B &= 5 - \mathbf{8} - 2\mathbf{C} = 0 \\ \partial L / \partial \mathbf{8} &= A + B - 200.000 = 0 \\ \partial L / \partial \mathbf{C} &= 3A + 2B - 550.000 = 0 \end{aligned}$$

Vi får  $\mathbf{8} = 3$  og  $\mathbf{C} = 1$  og iøvrigt også  $A = 150.000$  og  $B = 50.000$ . Med andre ord: Hvis vi forøger kapaciteten for restriktion 2 med 1 enhed, vil dækningsbidraget stige med 3 enheder. For restriktion 3 er det tilsvarende tal 1. Tallene  $\mathbf{8}$  og  $\mathbf{C}$  kaldes *skyggepriser*. De viser, hvad en marginal forøgelse på 1 enhed af kapaciteten på en restriktion vil give i bidrag i målfunktionen. Det følger intuitivt heraf, selv om det ikke er bevist, at:

**skyggeprisen på ikke-bindende restriktioner er 0**

Der sker jo ikke nogen påvirkning af det samlede dækningsbidrag, hvis vi marginalt forøger kapaciteten. Dette er et vigtigt resultat, som har talrige økonomiske anvendelser. Da maskine 1 ikke giver nogen bindende restriktion, er skyggeprisen for dens anvendelse 0. Det vil sige, at indtil restriktionen for maskine 1 bliver bindende, er det gratis at anvende den.

Lad os f.eks. antage, at virksomheden får en lille ny ordre, som den skal give et tilbud på, som involverer de 3 maskiner med et forbrug på 10 timer hver. Hvordan skal man så indregne værdien af tidsforbruget ved brug af de tre maskiner?

Svaret er umiddelbart givet ved anvendelse af skyggepriser: Maskine 1 er gratis, så det koster ikke virksomheden noget at anvende den (marginalt) mere. Ved brug af maskine 2 i 10 timer går vi derimod glip af en indtjening af  $3 \cdot 10$  kroner og ved brug af maskine 3 i 10 timer går vi ligeledes glip af  $1 \cdot 10$  kroner, så opportunity costs ved den nye ordre er (for så vidt angår dette maskintidsforbrug)  $= 30 + 10 = 40$  kroner.

Lad os resumere resultaterne

Restriktionen er bindende	Restriktionen er marginalt ikke-bindende	Restriktionen er aldrig bindende
Skyggeprisen er positiv	Skyggeprisen er nul ved marginale ændringer	Skyggeprisen er altid nul

## Eksempel på løsning af LP-problem ved hjælp af EXCEL, se mappen "LP programmering med EXCEL"

Det anbefales at printe denne vejledning ud eller have den liggende, medens regnearket gennemgås.

Lad os have ovenstående problem

MAKS:  $6A + 5B$

SUB:

- (1)  $A+2B \leq 300.000$
- (2)  $A+ B \leq 200.000$
- (3)  $3A+2B \leq 550.000$
- (4)  $A \geq 0$
- (5)  $B \geq 0$

Da der kun er to variable A og B, kan der findes en grafisk løsning. Denne er givet i arket "Grafisk Illustration". De 3 restriktioner er indtegnet tillige med "isoprofitlinien, som er den røde kurve og markerer hældningen på dækningsbidraget  $D = 6A+5B$ . Det er denne linie, som vi skal parallelforskyde så langt som muligt opad til højre. Det kan være lidt svært at se helt klart, hvilken løsning, der er optimal, men der er to kandidater, nemlig  $(A,B) = (100.000, 100.000)$  og  $(A,B) = (150.000,50.000)$  – de præcise værdier for disse to punkter kan findes ved simpelthen at løse de tilhørende ligninger. En direkte indsættelse i målfunktionen giver hhv. 110.000 og 115.000, så den optimale løsning bliver  $A = 150.000$  og  $B = 50.000$ , altså den løsning, vi fandt fra før.

I EXCEL løses det eksakt på følgende måde. Se "Excel-regnearket LP-programmering med EXCEL" med følgende ark

1. Problemformulering
2. Grafisk løsning
3. Svarrapport 1
4. Sensitivitetsrapport 1
5. Svarrapport 2

Vi foretager nu følgende skridt:

- 1) Definer to celler svarende til de to værdier A og B. Her er sat  $A = a1$  og  $B = b1$ .
- 2) Sæt helt foreløbigt  $a1=1$  og  $b1=1$ .
- 3) Indsæt målfunktionen i f.eks. som her cellen a3, idet der skrives  $=6*A1+5*B1$ . Der vises nu (selvfølgelig) tallet 11. (Gangetallene \* er her overflødige, men anbefales i praksis.)
- 4) Skriv de 3 lineære restriktioner og de to ikke-negativitetsbetingelser som vist, f.eks. den første som  $=A1+2*B1$ . Da vi foreløbigt har sat  $A1=1$  og  $B1=1$ , fås tallet 3. Læg mærke til, at vi skriver venstresiden af uligheden i én celle, og højresiden i en anden.

5) Tryk på funktioner i menulinien og find "Problemløser" (eng. "solver").<sup>5</sup> Vi skal nu udfylde 4 felter.

- a) Målcellen, nemlig den størrelse, som vi ønsker at maksimere.
  - b) Rubrikken maks, min eller lig med. Vi vælger maks.
  - c) Ved redigering af cellerne: A1 og B1. For det er jo netop disse værdier, som vi kan ændre på. Hvis de ikke står ved siden af hinanden, skal du anvende et semikolon efter hver henvisning.
  - d) Underlagt betingelserne. Tryk på "Tilføj" og indlæg den første betingelse. Tryk på tilføj igen og indlæg den næste o.s.v. Når alle 5 betingelser er indføjjet, tryk på Løs, og EXCEL giver en meddelelse om, at den har fundet en løsning.

6) Sæt kryds i rubrikken "Behold problemløsning" og tryk på svarrapport. Denne fremkommer på et særligt ark kaldet "Svarrapport 1", som typisk bliver sat ind i starten af projektmappen. Det har et udseende som vist på Excel-arket. Læs dette. Noter, at slutværdien for målvariablen er 115.000, altså den løsning, vi fandt ovenfor. Noter, at restriktion (1) ikke er bindende, jfr. ovenfor, og at restriktion (2) og (3) er bindende. Noter også, at vi direkte får udskrevet, hvor meget der er af ledig kapacitet ved den optimale løsning for restriktion 1.

Løs problemet igen og bed om en sensitivitetsrapport. Konstater, at Lagrangemultiplikatoren = skyggeprisen for restriktion 2 er på 3 og for restriktion 3 er skyggeprisen på 1. Altså de løsninger, vi fandt ovenfor.

Hermed er vi for så vidt færdige, som vi har løst vores problem, men for illustrationens skyld fortsætter vi med

7) Vi ser, hvad der sker, hvis vi antager, at kapaciteten for (den bindende) restriktion 2 ikke var 200.000, men 200.001, men problemet (1)-(5) i øvrigt er uændret.

MAKS:  $6A + 5B$

SUB:

- (1)  $A+2B \leq 300.000$
- (2)  $A+ B \leq 200.001$
- (3)  $3A+2B \leq 550.000$
- (4)  $A \geq 0$
- (5)  $B \geq 0$

Vi indtaster problemet igen, blot med 200.001 i stedet for 200.000 og løser.

8) På arket svarrapport 2 er vist, at målfunktionen, "slutværdien" ændrer sig til 115.003, hvor den før var 115.000, altså en stigning på 3. Men det var jo netop definitionen af skyggeprisen på restriktionen, som vi netop har fundet til at blive 3.

---

<sup>5</sup> Hvis problemløser (solver) ikke er tilgængelig, kan du gå ind på funktioner i menuen og se under "tilføjelsesprogrammer", om den er tilgængelig der. Hvis den er tilgængelig som tilføjelsesprogram, må du installere den. Alternativt må du sørge for at få den installeret.

**Et advarende slutord.** LP-modeller har været ganske populære, såvel i økonomisk teori som i praksis, og de anvendes stadig, men nok ikke i samme omfang. Det skyldes nok to forskellige forhold. For det første, at de har en tilbøjelighed til at give for drastiske resultater. De giver ikke anledning til marginale ændringer i de optimale værdier som følge af marginale ændringer i parametrene. Enten giver de slet ingen ændringer - den optimale løsning er den samme i et vist parameterinterval - eller også de giver de anledning til ganske store ændringer. I sidste tilfælde kan en lille ændring i en teknisk koefficient forårsage en drastisk ændring i den optimale løsning. Det kan for så vidt også være rigtigt, men som en beskrivelse af virkeligheden er det typisk ikke tilfældet.

For det andet var LP en lang overgang i praksis den eneste modeltype, der teknisk og beregningsmæssigt kunne håndteres. Dette medførte en vis tilbøjelighed til at antage linearitet, også hvor der krævedes en del god vilje for at acceptere denne forudsætning. Med moderne hjælpemidler er det ikke på samme måde længere nødvendigt af beregningstekniske hensyn at kræve linearitet. Og det er det faktisk heller ikke i Excel.

### **Brug af problemløser til mere generelle maksimeringsproblemer.**

Funktionen "Problemløser" i Excel er ikke begrænset til blot LP-problemer eller overhovedet indrettet specielt til disse. Der er intet i vejen for, at der i målfunktionen indgår et ikke-linært udtryk, f.eks. at prisen er en faldende funktion af den solgte mængde.

Hvis f.eks. på vare A er  $15 - 0,3 A$  og prisen på vare B er  $10 - 0,4 B$ , fås målfunktionen

$$\text{MAKS: } -0,3A^2 + 15A - 0,4B^2 + 10B,$$

som så kan maksimeres under de relevante bibetingelser. Men hvis såvel målfunktion som bibetingelser er af speciel karakter, er der ingen garanti for hverken eksistens eller entydighed af en løsning. Ikke desto mindre er problemløserfunktionen et ganske kraftigt værktøj til "mindre" problemer, så derfor

**Til lykke:**  
**Du er nu i stand til konkret at løse flere**  
**erhvervsøkonomiske problemer end de fleste,**  
**ikke blot i teorien, men også i praksis.**

## CHA – Vinter 2003.

### Værdiansættelse af virksomheder – en indledende note.

En virksomhed kan have værdi på 2 forskellige måder: Dels ved likvidation og dels som en going concern. Betragt virksomheden nedenfor.

Aktiver		Passiver	
Anlægsaktiver	200	Egenkapital	170
Omsætningsaktiver	100	Gæld	130
Aktiver i alt	300	Passiver i alt	300

Man definerer virksomhedens **indre værdi = den bogførte værdi** som virksomhedens egenkapital, d.v.s. konkret 170. Fortolkningen af det ligger i, at

- hvis virksomhedens anlægsaktiver kan sælges til den angivne værdi på 200, og
- hvis omsætningsaktiverne kan sælges til 100, og hvis
- gælden kan indfries til pari kurs

så vil virksomheden have en værdi for ejeren på 170. Men egenkapitalen er ikke en ”kapital” i ordets normale betydning. Ordet egenkapital er reelt et dårligt udtryk, fordi det leder tanken hen på en kapital, som man kunne tænkes at have stående i banken. Men det er det ikke. Det er en beregningsmæssig størrelse, som findes som summen af aktiverne (=summen af passiverne) fratrukket virksomhedens gæld. Egenkapitalen er bundet i virksomheden og kommer først frem som kapital = rede penge, hvis virksomheden likviderer (sælger sine aktiver og passiver).

Men de angivne værdier for aktiverne er jo opgjort på basis af en forudsætning om, at virksomheden er en going concern og dermed fortsætter sin drift. Meget ofte vil der imidlertid ske det, at aktiverne ved likvidation ikke vil indbringe det bogførte beløb, men typisk et mindre beløb.

Man definerer virksomhedens **likvidationsværdi** som den værdi, virksomheden vil have ved likvidation. Lad os sætte,

- at anlægsaktiverne kan sælges til 170,
- at omsætningsaktiverne kan sælges til 80
- og at gælden kan indfries til pari kurs

Virksomheden vil dermed have en likvidationsværdi på  $(170+80-130) = 120$ . Den bogførte egenkapital kunne altså ikke realiseres, så virksomheden har ved ophør kun en værdi for ejeren på 120.

Det bemærkes, at i dette eksempel bliver likvidationsværdien mindre end egenkapitalen. Har virksomheden haft skjulte reserver, f.eks. i form af forsigtige vurderinger af lagre og bygninger, kan det modsatte også blive tilfældet.

**Virksomheden som going concern.** Det normale for en virksomhed er imidlertid ikke likvidation, men fortsat drift. Det, der betinger virksomhedens **ydre værdi = markeds-mæssige værdi** er de udbetalinger af udbytte, som driften af virksomheden giver anledning til.

Lad virksomheden i periode 0 (som kan fortolkes som "sidste år") have haft et udbetaling til indehaveren på  $U_0$ . Virksomheden antages at have udbetalingerne  $U_t$ ,  $t = 1, \dots, 8$  i tiden fremover. Dermed fås virksomhedens værdi som en going concern i princippet som

$$(1) \quad \text{Virksomhedens ydre værdi } P = \sum_{t=1}^{\infty} U_t (1+r)^{-t}$$

hvor  $r$  er en investors (konstante) kalkulationsrente. Virksomheden har altså en markedsmæssig værdi, fordi den giver en række udbetalinger til ejeren, og denne værdi findes som summen af de tilbagediskonterede udbetalinger.

Denne formel helt generel og er af grundlæggende betydning for forståelsen af, hvad der betinger en virksomheds værdi. Det er ikke virksomhedens størrelse, dens alder, dets renommé, dens historiske resultater eller noget som helst andet, der spiller en rolle, men kun de forventede udbytter fremover. I 50'erne var der i København et krystalværk, men da køleskabe blev almindelige, ophørte det med at have en markedsmæssig værdi, og værdien for ejeren blev kun likvidationsværdien.

For den praktiske anvendelse af formlen er der imidlertid den afgørende vanskelighed, at informationskravet er helt urealistisk. Formlen fordrer jo kendskab til udbetalinger fra tidspunkt 1 og i al fremtid. Derfor benytter man sig af mere stiliserede forudsætninger.

**Gordons formel.** Ved denne værdiansættelse antager man, at udbytterne stiger med  $g$  procent om året. D.v.s., at  $U_t = U_0 (1+g)^t$ . Indsættes dette, fås

$$P = \sum_{t=1}^{\infty} U_0 (1+g)^t (1+r)^{-t} = \sum_{t=1}^{\infty} U_0 * \left( \frac{(1+g)}{(1+r)} \right)^t$$

$$P = U_0 * \frac{(1+g)}{(1+r)} * \sum_{t=1}^{\infty} 1 + \left( \frac{(1+g)}{(1+r)} \right)^{-1} + \left( \frac{(1+g)}{(1+r)} \right)^{-2} + \dots$$

$$(2) \quad P = U_0 * \frac{(1+g)}{(1+r)} * \left[ \frac{1}{1 - \frac{1+g}{1+r}} \right] = U_0 * \frac{(1+g)}{(1+r)} * \left[ \frac{1}{\frac{1+r - (1+g)}{1+r}} \right]$$

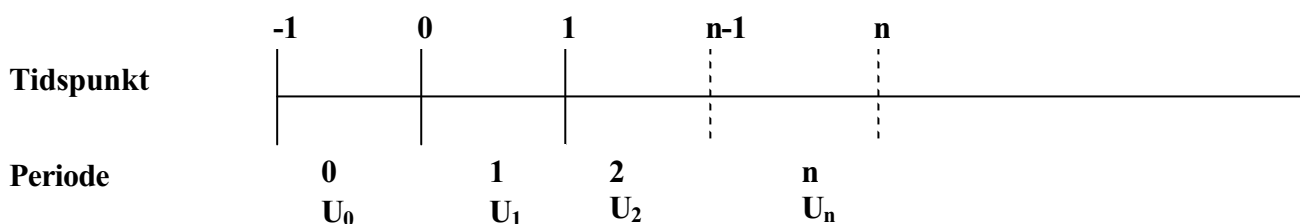
$$P = \frac{U_0(1+g)}{r-g} = \frac{U_1}{r-g} \quad \text{for } g < r$$

ved anvendelse af formlen for summen af en uendelig kvotientrække.<sup>6</sup> Udledningen forudsætter meget naturligt, at vækstraten  $g$  er mindre end kalkulationsrenten  $r$ , for hvis det ikke er tilfældet, har virksomheden værdien uendelig.

Når  $U_0$  bliver multipliceret med faktoren  $(1+g)$  ses det intuitivt på nedenstående figur, at det er  $U_1$  som det første led, der skal henføres til tidspunkt 0.

---

<sup>6</sup> Summen  $S$  af en uendelig kvotientrække med kvotienten  $q$  fås som  $S = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots = \frac{1}{1-q}$ .



**Eks.** Lad  $U_0 = 100$ ,  $g = 0,04$  og  $r = 0,12$ . Vi får dermed  $P = 1300$ . Sættes  $g$  alternativt til  $0,06$ , fås værdien  $P = 1.767$ . Som det også fremgår af formlen, er værdien for given kalkulationsrente særdeles følsom over for antagelsen om vækstprocenten. Det betyder, at ændrede forventninger til en virksomhed i form af ændrede udbytter vil få drastiske konsekvenser for virksomhedens markedsmæssige værdi. Eller sagt på en anden måde: Aktier er meget følsomme over for udbytteforventninger.

I ovenstående gennemgang er der ikke taget stilling til kalkulationsrenten  $r$ . Men investeringer i virksomheder er ikke risikofrie, så det er afgørende for fortolkningen af  $r$ , at den indeholder en måske betydelig risikopræmie. Den benyttede kalkulationsrente må derfor antages at variere fra virksomhed til virksomhed afhængig af, hvor risikabel virksomheden antages at være. Den må ligeledes afhænge af, hvor stor en betydning, som investor tillægger risiko i al almindelighed. Det sidste indebærer, at kalkulationsrenten må antages at variere fra investor til investor. Selvfølgelig med samme vækstforventninger må investorer således nå frem til forskellige markedsværdier, da de har forskellige holdninger til risiko. Da de derudover normalt også har forskellige forestillinger om en konkret virksomheds vækstmuligheder, vil deres vurdering af virksomhedens markedsmæssige værdi kunne variere ganske meget. En indehaver af en virksomhed vil derfor være i den situation, at forskellige købere  $r$  af i alt  $R$  vil tillægge virksomheden værdierne  $P_r$ ,  $r = 1, \dots, R$ , men den faktiske salgsværdi vil afhænge af den højeste værdi blandt  $P_r$ .

I stedet for direkte at antage en eksponentiel stigning i udbytterne kunne vi antage, at der var en eksponentiel stigning i virksomhedens overskud  $E$  (for earnings). Hvis vi kombinerer dette med en konstant udbyttepolitik, således at virksomheden udbetaler  $g$  procent i udbytte, d.v.s.  $U_t = g \cdot E_t$ , kan vi alternativt skrive

$$(3) \quad P = \frac{r \cdot E}{r - g}$$

hvor  $E$  står for det kommende års udbytte. Ved omformning fås

$$(4) \quad \frac{P}{E} = \frac{r}{r - g}$$

Forholdet mellem  $P$  og  $E$  – det ganske anvendte *Price-Earnings forhold*, bliver dermed lig med udbytteprocenten divideret med kalkulationsrenten minus vækstforventningen. Stiger vækstforventningen, vil aktiernes pris stige målt i forhold til  $E$ , fordi man forventer at få udbetalt store udbytter, om ikke i dag, så dog fremover.